Заседание семинара
«Методы решения задач математической физики»

Уважаемые коллеги!

13 февраля 2018 г. в 16-00 состоится очередное заседание семинара им. А.А. Дородницына **«Методы решения задач математической физики»** (*руководители - А. А. Абрамов, В.И. Власов, С. Я. Степанов).*

Место проведения мероприятия: **ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, ул. Вавилова, д. 40, 3-й этаж, конференц-зал**.

На семинаре будет представлен доклад **по теме:**

«Условия наличия отрицательных собственных значений в регулярной краевой задаче Штурма–Лиувилля и явные выражения для их количества»

Докладчик – **С.В. Курочкин** (ВЦ РАН Центра)

Аннотация доклада

Отрицательные собственные значения соответствуют экспоненциально растущим по амплитуде «собственным движениям» колебательной системы. Их выявлению и нахождению или оценке их количества для конкретных систем посвящено большое количество работ. В докладе рассматривается регулярная краевая задача на собственные значения для уравнения Штурма–Лиувилля с самосопряжёнными краевыми условиями общего вида:

$$(p(x)y'(x))' + \lambda\rho(x)y(x) = 0\,,\ \ x \in [-l, l] \qquad (1)$$

$$\Phi\ \ (p(-l)y'(-l), p(l)y'(l), y(-l)\ y(l))T = (0, 0)T \qquad (2)$$

$p(.)$ и $\rho(.)$ — положительные функции, Φ — это 2×4-матрица полного ранга, выделяющая лагранжево подпространство в $\mathbf{R}^4$.

Получены условия наличия и выражения для количества нулевых и отрицательных собственных значений задачи (1)-(2). Условия представляются в замкнутой форме через данные задачи, без решения дифференциальных уравнений. Предварительно и отдельно предполагается рассмотреть случай разделённых краевых условий, который технически гораздо проще, но содержателен и не совсем тривиален (например, неверно, что если отрицательная жёсткость связи на одном конце по абсолютной величине меньше, чем положительная жёсткость на другом, то отрицательных собственных значений нет). В целом анализ проводится по следующей схеме:

1) при $\lambda = 0$ все уравнения — как исходное (1), так и уравнения дифференциальной прогонки, осуществляющие перенос краевых условий, — интегрируются явно;

2) существует и может быть найдено предельное при $\lambda \to -\infty$ положение подпространства, соответствующего краевому условию, перенесённому на другой конец отрезка;

3) результат переноса зависит от λ монотонно: в случае разделённых условий — как угол в преобразовании Прюфера, в общем случае — в более специальном смысле монотонности на лагранжевом грассманиане $\Lambda(2)$;

4) решение задачи сводится к подсчёту сигнатур матриц.

Даётся физическая интерпретация полученных результатов на примере продольных колебаний неоднородного стержня и/или колебаний струны. Возможно, соответствующие факты связаны с более широким контекстом задач механики. В частности:

- потенциальная энергия, определяемая функцией p(x) в (1), входит итоговые соотношения опосредованно через конечное число числовых характеристик, в данном случае — одну (при этом, как известно, масса и её распределение в системе, которые задаются функцией $\rho(x)$, на результат не влияют);

- при анализе на предмет наличия отрицательных собственных значений исходная колебательная система может быть заменена на более простую (в данном случае — с двумя степенями свободы) с эквивалентными свойствами.

Все необходимые сведения по топологии многообразий Грассмана и линейной симплектической геометрии будут сообщены по ходу доклада.