

На правах рукописи



Чувахов Павел Владимирович

**Зарождение турбулентности  
в сверхзвуковых пограничных слоях**

Специальность 1.1.9 — «Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
доктора физико-математических наук

Жуковский — 2022

Работа выполнена в Федеральном автономном учреждении «Центральный аэро-гидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского».

Научный  
консультант:

**Егоров Иван Владимирович**

доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН,  
профессор, Федеральное автономное учреждение «Центральный  
аэрогидродинамический институт имени профессора  
Н. Е. Жуковского», главный научный сотрудник

Официальные  
оппоненты:

**Вараксин Алексей Юрьевич**

доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН,  
профессор, Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки Объединенный институт высоких температур  
Российской академии наук, заведующий лабораторией №8  
физического моделирования двухфазных течений

**Козубская Татьяна Константиновна**

доктор физико-математических наук, Федеральное  
государственное учреждение «Федеральный исследовательский  
центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук», главный научный сотрудник

**Смирнов Евгений Михайлович**

доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное  
государственное образовательное автономное учреждение  
высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический  
университет Петра Великого», профессор Высшей школы  
прикладной математики и вычислительной физики

Ведущая  
организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской  
академии наук

Защита состоится 30 марта 2023 г. в 15 часов 30 минут на заседании диссертационного совета 24.1.224.02 на базе Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН) по адресу: 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИЦ ИУ РАН, а также на сайте <https://www.frccsc.ru>.

Автореферат разослан «\_\_\_\_» 202\_\_ г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета  
24.1.224.02  
к.ф.-м.н.

*В.И.Никонов*

Никонов Василий Иванович

## Общая характеристика работы

Диссертация посвящена расчёто-теоретическому исследованию механизмов ламинарно-турбулентного перехода сверхзвукового пограничного слоя в условиях слабого фона внешних возмущений. В рамках уравнений Навье — Стокса впервые исследовано явление спонтанного излучения звука ламинарным пограничным слоем, получены новые результаты об эволюции возмущений над углами разрежения газового потока, а также определены возможные источники турбулентности на прямых крыльях с тонким профилем. Общая постановка расчётной задачи представлена на рис. 1.

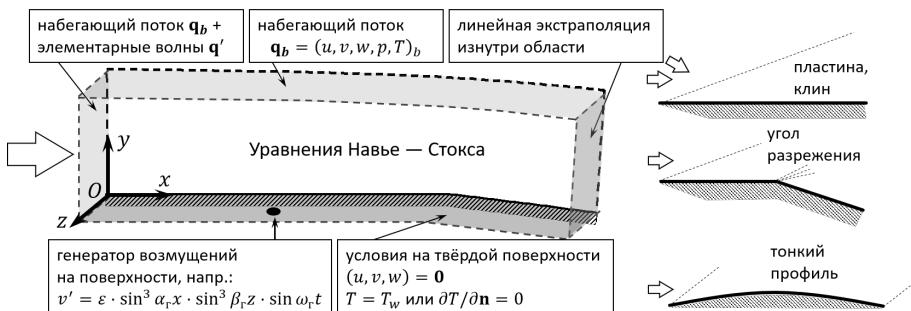


Рисунок 1 — Расчёчная область, граничные условия и исследуемые конфигурации

**Актуальность.** Ламинарно-турбулентный переход (ЛТП) является одной из ключевых проблем фундаментальной и прикладной аэрогидродинамики летательных аппаратов нового поколения, таких как высокоэкономичные и экологически чистые транспортные системы с ламинаризацией, сверхзвуковые самолёты с низким уровнем звукового удара. Актуальность проблемы обусловлена тем, что при турбулизации пограничного слоя значительно возрастает вязкое трение, а при больших сверхзвуковых скоростях и тепловой поток к поверхности.

Вместе с тем, ламинаризация потока на крыле влечёт за собой ряд благоприятных следствий, к которым можно отнести технические возможности по снижению мощности и габаритов силовой установки, по уменьшению шума струи двигателя на режиме взлёта и посадки, по сокращению расхода топлива и выбрасываемых продуктов сгорания, а также по снижению уровня звукового удара. Более того, увеличение протяжённости ламинарного участка позволяет значительно уменьшить взлётный вес летательного аппарата<sup>1</sup>.

**Степень разработанности темы.** Ряд исследователей<sup>2,3</sup> установили, что даже в случае малых внешних возмущений неустойчивость сверхзвукового погранич-

<sup>1</sup>Report of the Defense Science Board Task Force on the National Aerospace Plane (NASP) : tech. rep. / Defense Science Board. — Washington, D.C., 09/1988. — 48 p.

<sup>2</sup>Жигулёв В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности. — Новосибирск: Наука, 1987.

<sup>3</sup>Reshotko E. Boundary layer instability, transition and control // AIAA paper 1994-1.

ного слоя приводит к его турбулизации. Гущин В.Р. и Федоров А.В.<sup>4</sup> показали, что сверхзвуковой пограничный слой является конвективно неустойчивым, то есть неустойчивое возмущение распространяется вниз по потоку и нарастает по амплитуде, но затухает в любой фиксированной точке пространства при достаточно большом времени наблюдения. Таким образом, зарождение турбулентности начинается с так называемого процесса восприимчивости, который заключается в проникновении внешних возмущений в пограничный слой и возбуждении неустойчивых мод. Такие моды растут вниз по потоку (линейная стадия) и достигают критических амплитуд, при которых начинается нелинейное взаимодействие возмущений, приводящее к формированию локальных областей турбулентного течения, называемых турбулентными пятнами. Пятна сносятся вниз по потоку, растут и сливаются друг с другом, формируя развитый турбулентный пограничный слой.

Линейная стадия развития возмущений в пограничном слое хорошо исследована в рамках уравнений линейной теории устойчивости (ЛТУ). Несжимаемый случай подробно исследован в начале XX века в работах Орра, Зоммерфельда, Гейзенберга, Толлмина и Шлихтинга. Предсказания теории хорошо согласуются с данными многочисленных экспериментов<sup>5,6</sup>.

Лиз Л. и Линь Ч.<sup>7</sup> провели учёт сжимаемости течения, рассчитали характеристики линейной устойчивости пограничных слоёв на простых телах (пластина, конус) и ввели обобщённый критерий неустойчивости. При относительно небольших сверхзвуковых числах Маха в пограничном слое присутствует единственная неустойчивая мода — первая по терминологии Мэка<sup>8</sup>. В работе<sup>8</sup> обнаружен новый тип неустойчивостей сверхзвукового пограничного слоя, возникающий с ростом числа Маха на границе пограничного слоя  $M_e$  и проявляющийся в виде второй и последующих мод. Над теплоизолированной пластиной вторая мода теряет устойчивость при  $M_e \geq 4$ , а последующие моды остаются устойчивыми или слабо неустойчивыми. Позже Мэк Л.<sup>9</sup> показал, что в случае первой моды быстрее других нарастают волны с наклонными относительно набегающего потока фронтами, а в случае второй моды — волны с нормальными фронтами. Преобладание той или иной неустойчивой моды определяется локальными характеристиками погранич-

<sup>4</sup>Гущин В. Р., Федоров А. В. Возбуждение и развитие неустойчивых возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1990. — № 3. — С. 21–29.

<sup>5</sup>Kachanov Y. S. Physical Mechanisms of Laminar-Boundary-Layer Transition // Annu. Rev. Fluid Mech. — 1994. — Vol. 26, no. 1. — P. 411–482.

<sup>6</sup>Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. — Новосибирск: Наука, 1982.

<sup>7</sup>Lees L., Lin C. C. Investigation of the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid : tech. rep. / NACA-TN-1115. — 1946.

<sup>8</sup>Mack L. M. Boundary layer stability theory. — Doc. / JPL; 900-277, Rev. A. — 1969.

<sup>9</sup>Mack L. M. Linear Stability Theory and the Problem of Supersonic BoundaryLayer Transition // AIAA J. — 1975. — Vol. 13, no. 3. — P. 278–289.

ного слоя. Впоследствии Демитриадис А.<sup>10</sup>, Кендал Дж.<sup>11</sup>, Стетсон К.<sup>12</sup> и другие исследователи подтвердили существование упомянутых мод экспериментальным путём.

Тумин А.М. и Фёдоров А.В.<sup>13</sup>, а также Балакумар П. и Малик М.<sup>14</sup> исследовали спектр задачи линейной устойчивости в случае преобладания второй моды. Они показали, что помимо дискретного спектра существует семь ветвей непрерывного спектра. Волнам, которые распространяются вниз по потоку, соответствуют две ветви акустических волн, а также ветвь волн завихренности (пульсации скорости) и ветвь волн энтропии (пульсации температуры). Фёдоров А.В. и Хохлов А.П.<sup>15</sup> теоретически исследовали явление межмодового обмена, которое возникает при сближении собственных значений дискретных мод, а также исследовали синхронизацию дискретной моды с волнами завихренности и волнами энтропии непрерывного спектра. Синхронизация дискретной моды с акустическими волнами непрерывного спектра ранее не исследовалась. Вместе с тем, Гапонов С.А. и Маслов А.А.<sup>16</sup> указали на возможность спонтанного излучения акустических волн сверхзвуковым пограничным слоем.

Известно, что неблагоприятный (т.е. тормозящий) продольный градиент давления дестабилизирует первую и вторую моды пограничного слоя. Благоприятный (т.е. разгоняющий) градиент, напротив, оказывает стабилизирующее влияние, однако теоретические работы на эту тему немногочисленны. При изучении таких пограничных слоёв в качестве базовых рассматриваются течения, полученные в приближённых постановках. Примерами<sup>17,18,19</sup> служат сверхзвуковой автомодельный пограничный слой с продольным градиентом давления или неавтомодельный пограничный слой, вдоль верхней границы которого число Маха меняется по степенному закону. Устойчивость течений, рассматриваемых в рамках полных уравнений Навье — Стокса, с разрежением газового потока над выпуклым углом ранее,

<sup>10</sup>Demetriades A. Hypersonic Viscous Flow over a Slender Cone, Part III: Laminar Instability and Transition // AIAA paper 1974-535.

<sup>11</sup>Kendall J.M. Wind Tunnel Experiments Relating to Supersonic and Hypersonic Boundary-Layer Transition // AIAA J. — 1975. — Vol. 13, no. 3. — P. 290–299.

<sup>12</sup>Stetson K., Thompson E., Donaldson J., Siler L. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. Part I: Sharp cone // AIAA paper 1983-1761.

<sup>13</sup>Тумин А.М., Федоров А.В. Пространственное развитие возмущения в пограничном слое сжимаемого газа // ПМТФ. — 1983. — № 4. — С. 110–118.

<sup>14</sup>Balakumar P., Malik M. R. Discrete modes and continuous spectra in supersonic boundary layers // J. Fluid Mech. — 1992. — Vol. 239. — P. 631–656.

<sup>15</sup>Fedorov A.V., Khokhlov A.P. Prehistory of Instability in a Hypersonic Boundary Layer // Theor. Comput. Fluid Dyn. — 2001. — Vol. 14, no. 6. — P. 359–375

<sup>16</sup>Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. — Новосибирск: Наука, 1980.

<sup>17</sup>Malik M.R. Prediction and control of transition in supersonic and hypersonic boundary layers // AIAA J. — 1989. — Vol. 27, no. 11. — P. 1487–1493.

<sup>18</sup>Zurigat Y. H., Nayfeh A. H., Masad J. A. Effect of pressure gradient on the stability of compressible boundary layers // AIAA J. — 1992. — Vol. 30, no. 9. — P. 2204–2211.

<sup>19</sup>Liu J., Xu J., Wang C., Yu P., Bai J. Pressure gradient effects on the secondary instability of Mack mode disturbances in hypersonic boundary layers // Phys. Fluids. — 2021. — Vol. 33, no. 1.

по-видимому, не исследовалась. Экспериментальные исследования<sup>20,21,22,23</sup> течений около угла сосредоточены на процессе возврата турбулентного течения в ламинарное состояние (реламинаризации) благодаря большому благоприятному градиенту давления. Имеются единичные работы<sup>24,25</sup> по прямому численному моделированию реламинаризации сверхзвукового турбулентного пограничного слоя над углом разрежения. Развитие турбулентных пятен в сверхзвуковых пограничных слоях моделировалось лишь над острыми плоскими пластиинами, конусами и поверхностями сжатия в научных группах Клайдера Л.<sup>26</sup>, Сэндхема Н.<sup>27</sup>, Фазела Г.<sup>28</sup>, Егорова И.В.<sup>29</sup>.

Ключевую роль при зарождении турбулентности в естественных условиях играет процесс возбуждения неустойчивых мод внешними стохастическими возмущениями. Бушнелл Д.<sup>30</sup> указал следующие характерные источники внешних возмущений для условий полёта сверхзвукового самолёта: 1) атмосферную турбулентность; 2) акустические возмущения; 3) взвешенные в атмосфере микрочастицы. Обычно задачу восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя решают путём численного интегрирования уравнений Навье — Стокса для внешних возмущений в виде монохроматических волн завихренности, энтропии и акустических волн<sup>31,32,33</sup>. В таких модельных задачах амплитуда возмущений

<sup>20</sup>Гольдфельд М.А., Зиновьев В.Н., Лебига В.А. Структура и пульсационные характеристики сжимаемого турбулентного пограничного слоя за веером волн разрежения // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1987. — С. 48–53.

<sup>21</sup>Arnette S.A., Samimy M., Elliott G.S. The effects of expansion on the turbulence structure of compressible boundary layers // J. Fluid Mech. — 1998. — Vol. 367. — P. 67–105.

<sup>22</sup>Гольдфельд М.А., Нестуля Р.В., Шиплюк А.Н. Исследование реламинаризации турбулентного пограничного слоя при числе Маха  $M_\infty = 4$  // ПМТФ. — 2002. — Т. 43, № 1. — С. 91–99.

<sup>23</sup>Tichenor N.R., Humble R.A., Bowersox R.D. W. Response of a hypersonic turbulent boundary layer to favourable pressure gradients // J. Fluid Mech. — 2013. — Vol. 722. — P. 187–213.

<sup>24</sup>Fang J., Yao Y., Zheltovodov A.A., Li Z., Lu L. Direct numerical simulation of supersonic turbulent flows around a tandem expansion-compression corner // Phys. Fluids. — 2015. — Vol. 27, no. 12.

<sup>25</sup>Sun M.-B., Hu Z., Sandham N.D. Recovery of a supersonic turbulent boundary layer after an expansion corner // Phys. Fluids. — 2017. — Vol. 29, no. 7.

<sup>26</sup>Jocksch A., Kleiser L. Growth of turbulent spots in high-speed boundary layers on a flat plate // Int J Heat Fluid Flow. — 2008. — Vol. 29, no. 6. — P. 1543–1557.

<sup>27</sup>Redford J., Sandham N., Roberts G. Numerical simulations of turbulent spots in supersonic boundary layers: Effects of Mach number and wall temperature // Prog. Aerosp. Sci. — 2012. — Vol. 52. — P. 67–79.

<sup>28</sup>Sivasubramanian J., Fasel H. Direct Numerical Simulation of a Turbulent Spot in a Cone Boundary Layer at Mach 6 // AIAA paper 2010-4599.

<sup>29</sup>Novikov A., Egorov I., Fedorov A.V. Numerical Simulation of Three-Dimensional Wave Packet in Supersonic Flow over a Compression Corner // AIAA paper 2015-2624.

<sup>30</sup>Bushnell D. Notes on Initial Disturbance Fields for the Transition Problem // Advances in Soil Science. Instability and Transition. — 1990. — P. 217–232.

<sup>31</sup>Ma Y., Zhong X. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 1. Wave structures and interactions // J. Fluid Mech. — 2003. — Vol. 488. — P.31–78.

<sup>32</sup>Kara K., Balakumar P., Kandil O. Receptivity of Hypersonic Boundary Layers Due to Acoustic Disturbances Over Blunt Cone // AIAA paper 2007-945.

<sup>33</sup>Egorov I. V., Fedorov A. V., Soudakov V. G. Receptivity of a hypersonic boundary layer over a flat plate with a porous coating // J. Fluid Mech. — 2008. — Vol. 601. — P. 165–187.

задаётся достаточно малой, чтобы их нелинейное взаимодействие не искажало процесс восприимчивости.

Следует подчеркнуть, что экспериментальное измерение пульсаций в сверхзвуковых пограничных слоях ограничено возможностями измерительной аппаратуры, так как характерные измеряемые частоты велики и могут достигать 1 МГц. Линейная теория устойчивости даёт надёжные результаты только в слабо непараллельных течениях. Поэтому основным инструментом детального исследования процессов зарождения турбулентности в сверхзвуковых пограничных слоях становится прямое численное моделирование (ПЧМ) в рамках уравнений Навье — Стокса. Оно позволяет изучать все стадии ЛТП в контролируемой постановке и получать подробную пространственно-временную информацию о развивающихся возмущениях.

**Цель работы** — исследовать новые механизмы ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковых пограничных слоях с градиентом давления с помощью теоретических и численных методов в рамках уравнений Навье — Стокса.

Для достижения поставленной цели решены следующие **задачи**.

1. Изучить свойства численного метода сквозного счёта и сформулировать критерии его применимости при моделировании ЛТП в сверхзвуковом пограничном слое. Обосновать возможность моделирования различных стадий ЛТП (восприимчивость, устойчивость, развитие нелинейности) с помощью данного метода.
2. Разработать метод введения волновых пакетов в расчётную область для исключения протяжённой линейной стадии развития волновых пакетов в пограничном слое из численного моделирования.
3. Исследовать физические эффекты, связанные с эволюцией сверхзвуковых возмущений пограничного слоя. Оценить их влияние на процесс ЛТП.
4. Исследовать влияние разрежения газового потока над выпуклым углом на развитие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое. Оценить возможность ламинаризации пограничного слоя в таких условиях.
5. Определить наиболее вероятный источник внешних возмущений, приводящих к ЛТП на прямом крыле сверхзвукового пассажирского самолёта. Предложить подходы к ламинаризации обтекания таких крыльев.
6. Разработать метод численного моделирования восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к микрочастицам. На базе этого метода предложить статистическую модель ЛТП, вызванного взвешенными в атмосфере микрочастицами.

**Научная новизна** заключается в следующем.

1. Разработано нестационарное граничное условие для введения развитых волновых пакетов в расчётную область. Условие позволяет исключить протяжённую линейную стадию развития возмущений из численного моделирования процесса ЛТП.

2. В рамках численного эксперимента показано, что вторая мода сверхзвукового пограничного слоя на достаточно сильно охлаждённой поверхности может излучать акустические волны во внешнее невязкое течение. Это явление, называемое спонтанным излучением звука, в главном приближении не влияет на процесс перехода к турбулентности.
3. Обнаружено, что характеристики устойчивости сверхзвукового пограничного слоя над углами разрежения газового потока масштабируются вместе с толщиной пограничного слоя. При этом резкое разрежение потока приводит к подавлению малых возмущений и замедлению роста турбулентных пятен; последние полностью не подавляются и продолжают развиваться ниже по потоку.
4. Обнаружено, что амплитуда возмущений сверхзвукового пограничного слоя на прямом крыле с выпуклым профилем достигает максимума в средней части профиля, если его толщина превышает некоторое пороговое значение.
5. Показано, что наиболее вероятным источником ЛТП на прямом крыле сверхзвукового пассажирского самолёта являются акустические волны (шум), излучаемые турбулентным пограничным слоем с передней части фюзеляжа. Предложены подходы к ламинаризации обтекания крыла, основанные на уменьшении интенсивности шума.
6. Разработан метод численного моделирования восприимчивости сверхзвуковых пограничных слоёв к твёрдым сферическим микрочастицам. С его помощью показано, что восприимчивость к микрочастицам сосредоточена внутри пограничного слоя в малой окрестности точки столкновения и не зависит от того, падает ли частица на поверхность или удаляется от неё. На основе этого даны рекомендации по экспериментальному исследованию восприимчивости в аэродинамических трубах.

**Теоретическая и практическая значимость работы** заключается в том, что получены новые фундаментальные знания об эволюции возмущений и механизмах зарождения турбулентности в номинально двухмерных сверхзвуковых пограничных слоях при малом уровне внешних возмущений. Полученные результаты обеспечивают основу для разработки и верификации физически обоснованных целостных моделей ЛТП вплоть до формирования развитого турбулентного течения. Разработанные модели и методы являются удобными инструментами для исследования процесса ЛТП при обтекании тел с произвольной геометрией.

В диссертации даны рекомендации для постановки контролируемых экспериментов по ламинаризации обтекания тонкого профиля и по восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к микрочастицам. Вместе с тем сделаны выводы об источниках турбулентности в малошумных условиях сверхзвукового полёта и о стабилизации сверхзвуковых пограничных слоёв в течениях разрежения газового потока. На основе этих выводов предложены и могут быть впоследствии реализованы системы затягивания ЛТП на крыльях современных сверхзвуковых пассажирских самолётов. Результаты работы могут быть применены для оптимизации поверхностей элементов сверхзвуковых летательных аппаратов, таких как

профиль крыла или отклоняемые органы управления. Результаты моделирования возмущений от искусственного источника окажутся полезны при подготовке и интерпретации результатов контролируемых экспериментов. Наконец, полученные данные численного моделирования дают полную информацию о трёхмерном нестационарном течении, из которой исследователи могут извлекать любые характеристики, необходимые для валидации и интерпретации результатов своих исследований.

**Методология и методы исследования** базируются на опыте научной группы ЦАГИ и МФТИ, к которой принадлежит автор диссертации. Теоретические результаты получены в рамках линейной теории устойчивости. Численные результаты получены путём численного интегрирования уравнений Навье — Стокса с помощью методов вычислительной аэродинамики, реализованных в авторском пакете прикладных программ. На протяжении диссертации численные и теоретические результаты подвержены верификации и взаимной интерпретации с применением аналитических методов.

**На защиту выносятся** следующие основные результаты.

1. Расчётным путём доказана возможность возникновения спонтанного излучения акустических волн сверхзвуковым пограничным слоем на сильно охлаждённой поверхности.
2. Исследован механизм стабилизации сверхзвукового пограничного слоя из-за резкого расширения газового потока за углом разрежения. Показано, что малые возмущения подавляются при переходе через угол. Вместе с тем, нелинейные турбулентные пятна замедляют свой рост после прохождения угла на длинах порядка 20–50 толщин пограничного слоя, а ниже по потоку продолжают развиваться.
3. Наиболее вероятным источником ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на гладком прямом крыле сверхзвукового самолёта является акустический шум, излучаемый турбулентным пограничным слоем с передней части фюзеляжа.
4. Амплитуда возмущений сверхзвукового пограничного слоя на гладком прямом крыле с выпуклым профилем, начиная с его некоторой пороговой толщины, достигает максимума в средней части профиля.
5. Предложен численный метод, который позволяет исключить протяжённую линейную стадию развития возмущений в пограничном слое из численного моделирования. Для реализации метода найдена асимптотика волнового пакета неустойчивой моды и на её основе получено нестационарное граничное условие.
6. Разработан метод численного моделирования восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к проникающим в него сферическим микрочастицам.

Результат 3 является наиболее важным результатом диссертации, результаты 1–3 — главными, результаты 4–6 — второстепенными или вспомогательными.

**Степень достоверности** полученных результатов представляется высокой по следующим причинам. В работе использован известный многократно апробированный численный метод интегрирования уравнений Навье – Стокса. Путём проведения методических исследований получены и использованы критерии применимости численного метода при моделировании нестационарных возмущённых сверхзвуковых течений с ударными волнами. На протяжении всей диссертации проводится сопоставление результатов численного моделирования с результатами линейной теории устойчивости, с известными аналитическими результатами, а также с результатами других авторов. Полученные результаты физически непротиворечивы, качественно согласуются с имеющимися представлениями о природе перехода к турбулентности, а также прошли широкую апробацию.

**Апробация результатов** выполнялась путём их обсуждения на российских и международных конференциях и семинарах, в том числе: Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019); IUTAM Laminar-Turbulent Transition Symposium (Лондон, Великобритания, 2019); International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR) (Новосибирск, 2018, 2020, 2022); AIAA Flow Control Conference (Вашингтон, США, 2016); AIAA Fluid Dynamics Conference (Денвер, США, 2017); Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS) (Белу-Оризонти, Бразилия, 2018; Шанхай, Китай, 2020); European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS) (Мадрид, Испания, 2019); Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (Новосибирск, пос. Шерегеш, 2020, 2021, 2022); Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (НеЗаTeГиУс) (Звенигород, 2018, 2020); Всероссийская научная конференция МФТИ (Жуковский, 2017, 2018, 2020); Видеосеминар по аэромеханике ЦАГИ – ИТПМ СО РАН – СПбГПУ – НИИМ МГУ; еженедельный рабочий семинар научной группы, в которую входит соискатель.

**Личный вклад** автора диссертации заключается в постановке задач, в разработке новых моделей, методов и их программной реализации, в выполнении прямого численного моделирования процесса ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковых пограничных слоях для большей части задач диссертации, а также в анализе и интерпретации результатов диссертации. Численное моделирование и подготовка иллюстраций пп. 2.1, 2.3, 6.3, 6.4, включая программную реализацию п. 6.4.1, выполнены совместно с учащимися МФТИ И.О. Погореловым, И.М. Илюхиным, К.В. Шубиным, Н.К. Нгуен. Расчёты линейной устойчивости течений выполнены совместно с А.В. Фёдоровым и А.О. Образом.

Личный вклад автора соответствует результатам, выносимым на защиту:

1. доказательство возможности возникновения спонтанного излучения;
2. исследование механизма стабилизации сверхзвукового пограничного слоя над углами разрежения газового потока;

3. выявление наиболее вероятного источника ЛТП в пограничном слое на гладком прямом крыле;
4. обнаружение максимума амплитуды возмущений на прямом крыле с тонким профилем;
5. разработка численного метода введения возмущений в пограничный слой;
6. разработка метода численного моделирования восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к сферическим микрочастицам.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 64 работах, из которых 34 — в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 43 — в сборниках трудов конференций.

**Структура работы.** Диссертация состоит из введения, семи глав с выводами по каждой главе, заключения, списка обозначений и списка процитированной литературы.

## Основное содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы исследования. Даны базовые сведения о малошумном сценарии ЛТП в сверхзвуковых пограничных слоях, который обычно реализуется на гладких поверхностях в реалистичных условиях сверхзвукового полёта. Подчёркнута важность всех стадий ЛТП при разработке физически обоснованных подходов к предсказанию положения ЛТП. Сделан обзор предыдущих теоретических, экспериментальных и численных исследований по теме диссертации, а также возможностей практического использования результатов таких исследований.

В главе 1 описана математическая постановка задачи и метод её численного решения. В п. 1.1 приведены уравнения Навье — Стокса в консервативной форме, а также сформулированы граничные условия. Уравнения представлены в безразмерном виде. Координаты  $(x^*, y^*, z^*)$  отнесены к характерному размеру  $L^*$ , а зависимые переменные нормированы на параметры набегающего потока: декартовы компоненты вектора скорости  $u^*, v^*, w^*$  — на  $V_\infty^*$ , температура  $T^*$  — на  $T_\infty^*$ , давление  $p^*$  — на удвоенный скоростной напор  $\rho_\infty^* V_\infty^{*2}$ . Звёздочкой в верхнем индексе отмечены размерные величины. Как правило, ось  $Ox$  направлена вдоль набегающего потока,  $Oy$  — по нормали к поверхности,  $Oz$  — в боковом направлении на поверхности, как показано на рис. 1. Во всех расчётах текущая среда является совершенным газом с показателем адиабаты  $\gamma = 1.4$  и числом Прандтля  $Pr = 0.72$ . В завершение описаны элементарные возмущения в однородном потоке — плоские монохроматические волны вихревой, энтропийной и акустической природы.

В п. 1.2 изложен метод численного интегрирования. Рассматривается аппроксимация дифференциальных уравнений на основе метода конечного объёма. Используется неявная квазимонотонная схема сквозного счёта второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Реконструкция значений на грань ячейки

осуществляется по методу WENO третьего или пятого порядка аппроксимации. Задача Римана о распаде разрыва на грани ячейки разрешается по приближённому методу Ру. Система нелинейных алгебраических уравнений, получаемых при аппроксимации, решается модифицированным итерационным методом Ньютона — Раффсона; на каждой итерации по нелинейности возникающая линейная система решается итерационным усовершенствованным обобщённым методом минимальных невязок DGMRes.

В п. 1.2.3 рассмотрена процедура численного исследования возмущённых течений.

Во-первых, описывается многоэтапный метод получения полей течения. Сначала методом установления рассчитывается стационарное поле ламинарного обтекания  $\mathbf{q}_b$ . Затем в него вносятся искусственные возмущения с помощью нестационарного граничного условия: 1) пульсации величины  $\rho v$  или  $v$  на обтекаемой поверхности (генератор возмущений); 2) линейная комбинация элементарных возмущений в однородном потоке (рис. 1). Далее рассчитывается нестационарное возмущённое течение. При этом на каждом шаге по времени контролируется сходимость метода Ньютона с заданной точностью. Для экономии вычислительных ресурсов предложен метод расчёта возмущённых полей течения в подобластях, располагающихся под головной ударной волной, а также метод переноса возмущений из одной подобласти в другую с использованием пространственной интерполяции поля возмущений.

Во-вторых, описываются инструменты для анализа нестационарного течения: вычисление полей возмущений  $\mathbf{q}' = (u', v', w', p', T') = \mathbf{q} - \mathbf{q}_b$ , дискретное преобразование Фурье,  $Q$ -критерий для идентификации вихря.

В-третьих, приводятся выражения для вычисления локальных (в том числе, осреднённых) характеристик пограничного слоя, напр., коэффициента трения  $c_f$ .

**Глава 2** носит вспомогательный характер и посвящена верификации численного метода на ряде модельных задач. В п. 2.1 изучены диссипативные свойства численного метода. Для этого в одномерной постановке рассмотрено затухание элементарной акустической или энтропийной волны вида  $\mathbf{q}' = \hat{\mathbf{q}}_0 \cdot \exp(i\alpha x - i\omega t)$ ,  $\omega \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \in \mathbb{C}$  при распространении в однородном потоке. В главном приближении по малому параметру  $Re^{-1} = \mu_\infty^* / \rho_\infty^* V_\infty^* L^* \ll 1$  эта задача имеет приближённое теоретическое решение. С его помощью подтверждён второй порядок сходимости численного решения по времени и пространству. Показано, что численное затухание возмущения на длине волны  $\lambda$ ,  $\alpha_{i,\text{числ}}\lambda = (\alpha_i - \alpha_{i,\text{теор}})\lambda$ , где  $\alpha_i$  — логарифмический декремент, зависит только от пространственно-временного разрешения возмущения на расчётной сетке, но не от параметров течения или возмущения (напр., от частоты  $\omega$  или от числа Маха  $M_\infty$ ). Показано, что при пространственном сеточном разрешении в 30 точек на длину волны численное затухание мало по сравнению с инкрементами неустойчивостей пограничного слоя. Этот вывод является косвенным подтверждением достоверности результатов, полученных в диссертации.

В п. 2.2 в одномерной и двухмерной постановках исследованы особенности численного моделирования взаимодействия малых возмущений со стационарным скачком уплотнения. Показано, что если вязкий профиль скачка толщиной  $\delta_s$  не разрешён на расчётной сетке, то амплитуда возмущений после взаимодействия существенно зависит от структуры сетки поперёк скачка. Напротив, если профиль разрешён, амплитуда возмущений не зависит от сетки и согласуется с предсказанием теории<sup>34</sup>. Наряду с этим получен критерий сеточного разрешения скачка:  $\bar{Re}_h = \rho |\Delta_h u| h / \mu \approx 0.3$ , где  $h$  есть шаг сетки поперёк скачка, а  $\Delta_h u$  — изменение на таком шаге компоненты вектора скорости, нормальной к фронту скачка. Показано, что данный критерий может быть достигнут путём измельчения сетки или искусственного увеличения вязкости в малой окрестности скачка. В последнем случае избыточная вязкость приводит к дополнительному затуханию возмущений, которое не превосходит 0.2% по амплитуде, если  $\delta_s / \lambda < 0.1$ . Также показано, что по мере уменьшения интенсивности неразрешённого скачка (числа Маха по нормали к фронту скачка) зависимость амплитуды возмущений от сетки монотонно ослабевает и исчезает в отсутствие скачка. Данный вывод оправдывает отсутствие проверки сеточной сходимости для скачка на тонких телах под нулевым углом атаки, таких как пластина и конус.

В п. 2.3 продемонстрировано, что используемый численный метод пригоден для моделирования процесса ЛТП и надежного воспроизведения локальных и интегральных характеристик течения. Для этого рассмотрена модельная задача о ЛТП на пластине по механизму наклонного распада волн. Результаты расчётов сопоставлены с результатами, полученными с применением низкодиссипативной схемы. Продемонстрировано, что положение точки начала ЛТП практически не зависит от количества узлов сетки и порядка аппроксимации схемы, если основная (фундаментальная) гармоника и ее ближайшие кратные гармоники достаточно хорошо разрешены на расчётной сетке.

В главе 3 разработан вычислительный метод, позволяющий существенно ускорить ПЧМ эволюции возмущений в пограничном слое за счёт исключения линейной стадии из процесса численного моделирования. Для этого найдена асимптотика волнового пакета и на её основе получено граничное условие, позволяющее вводить развитый волновой пакет через входную границу расчётной области.

Пусть волновой пакет формируется в сверхзвуковом пограничном слое на пластине как отклик на слабое внешнее воздействие, сосредоточенное вблизи точки  $x_0$  в течение короткого промежутка времени. В соответствии с ЛТУ, при  $x \gg x_0$  в пограничном слое будут преобладать только волны неустойчивых мод. В этом случае для параллельного пограничного слоя задача восприимчивости формулируется как начальная, а волновой пакет представляется в виде разложения решения линеаризованных уравнений Навье — Стокса по модам, растущим во

---

<sup>34</sup> McKenzie J.F., Westphal K.O. Interaction of linear waves with oblique shock waves // Phys. Fluids. — 1968. — Vol. 11, no. 11. — P. 2350–2362.

времени<sup>35</sup> (временная постановка). Можно перейти к разложению по модам, рас- тущим в пространстве<sup>36</sup> (пространственная постановка). Для таких мод частота  $\omega$  и поперечное волновое число  $\beta$  принимаются действительными, а продольное волновое число  $\alpha(\omega, \beta)$  оказывается комплексным.

Оставаясь в рамках пространственной постановки, предположим, что при  $x \gg x_0$  преобладает только одна мода (первая или вторая), и в сечении  $x_0$  она возбуждена равномерно по  $\omega$  и  $\beta$ , т.е. имеет широкий начальный спектр. Методом многих масштабов Найфе<sup>37</sup> показал, что в основном приближении по малому параметру  $Re^{-1/2}$  можно искать элементарные волны пограничного слоя в виде  $\hat{\mathbf{q}}(\omega, \beta, y, x) \cdot \exp(iS + i\beta z - i\omega t)$ , где

$$S(\omega, \beta, x) = \int_{x_0}^x \alpha(\omega, \beta, \tilde{x}) d\tilde{x}, \quad (1)$$

— эйконал возмущения, а  $\alpha(\omega, \beta, x)$  и амплитудные функции  $\hat{\mathbf{q}}(\omega, \beta, y, x)$  опре- деляются из задачи на собственные значения в приближении параллельного по- граничного слоя.

Тогда волновой пакет неустойчивой моды можно выразить интегралом

$$\Psi(t, x, y, z) \propto \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\beta (\hat{\mathbf{q}} \cdot e^{iS + i\beta z - i\omega t}) \quad (2)$$

Вдали от места возбуждения  $x_0$  ( $x \rightarrow \infty$ ) неустойчивая мода достигает зна- чительных амплитуд ( $N = -S_i \rightarrow \infty$ ). Поэтому можно выписать асимптотику интеграла (2). Для этого аппроксимируем показатель экспоненты формулой Тей- лора в окрестности перевальной точки  $(\omega_s, \beta_s)$  с точностью до квадратичных членов. Перевальная точка даёт характеристики волны, преобладающей в вол- новом пакете, и соответствует положению горба (максимума амплитуды) пакета  $(t_s, z_s)$  в физической плоскости<sup>38</sup>.

На основе найденной асимптотики предложено нестационарное граничное условие, описывающее прохождение волнового пакета через сечение  $x = x_{in}$ , для которого  $N(x_{in}) \gg 1$ . Сечение  $x_{in}$  следует рассматривать как входное для постановки расчётной задачи об эволюции возмущений в пограничном слое (рис. 1). Граничное условие имеет вид

$$\mathbf{q}(t, x_{in}, y, z) = \mathbf{q}_b(x_{in}, y, z) + \Psi(t, x_{in}, y, z), \quad (3)$$

<sup>35</sup>Forgoston E., Tumin A. Three-dimensional wave packets in a compressible boundary layer. // Phys. Fluids. — Vol. 18, no. 10. — 2006. — Paper number 104103.

<sup>36</sup>Fedorov A.V. Receptivity of high-speed boundary layer to solid particulates. // J. Fluid Mech. — Vol. 737. — 2013. — P. 105–131.

<sup>37</sup>Nayfeh A.H., Saric W.S., Mook D.T. Stability of nonparallel flows // Arch. Mech. — 1974. — Vol. 26, no. 3. — P. 401–404.

<sup>38</sup>Gaster M. Propagation of linear wave packets in laminar boundary layers. // AIAA J. — Vol. 19, no. 4. — 1981. — P. 419–423.

$$\Psi_{\pm}^{3D} = \varepsilon \cdot \Re \left[ \hat{\mathbf{A}}_s \exp \left( \frac{1}{2i} \left( \frac{S_{\beta\beta} \Delta t^2 + 2S_{\omega\beta} \Delta t \Delta z_{\mp} + S_{\omega\omega} \Delta z_{\mp}^2}{S_{\omega\omega} S_{\beta\beta} - S_{\omega\beta}^2} \right) \pm i\beta_s z - i\omega_s t \right) \right],$$

где  $\Re$  — действительная часть комплексной величины;  $\Delta t = t - t_s$ ,  $\Delta z_{\mp} = z_{\mp} - z_s$ ;  $\omega_s$ ,  $\beta_s$  и  $\hat{\mathbf{A}}_s$  — частота, волновое число и нормированные собственные функции волны, преобладающей в сечении  $x = x_{in}$ ;  $S_{\beta\beta}$ ,  $S_{\omega\omega}$ ,  $S_{\omega\beta}$  — вторые производные от эйконала (1) преобладающей волны. Амплитуда горба порождаемого волнового пакета контролируется с помощью действительного скалярного параметра  $\varepsilon$ . Предельный переход  $\beta_s \rightarrow 0$ ,  $S_{\omega\beta} \rightarrow 0$  приводит к волновому пакету второй моды:  $\Psi^{2D}(t, x_{in}, y, z) \equiv \Psi_{+}^{3D}(t, x_{in}, y, z)$ . Полученные граничные условия можно использовать для порождения волновых поездов, полагая  $S_{\omega\omega} \rightarrow \infty$ .

Работоспособность метода подтверждена путём ПЧМ развития возмущений в сверхзвуковых пограничных слоях на пластине с острой передней кромкой для второй (п. 3.2,  $M_{\infty} = 6$ ) и первой (п. 3.3,  $M_{\infty} = 2$ ) неустойчивой моды. В частности, волновой пакет первой моды возбуждался в сечении  $x = x_{in}$  с помощью условия (3), а также вблизи передней кромки с помощью генератора возмущений. В обоих случаях результаты согласуются друг с другом и с результатами ЛТУ (рис. 2).

Таким образом, условие (3) позволяет порождать реалистичные волновые пакеты и волновые поезда контролируемой амплитуды. При этом из расчёта исключается область  $x < x_{in}$  линейной стадии роста возмущений, что позволяет сосредоточиться на моделировании эволюции уже развитых возмущений. Наряду с этим показано, что предложенный метод пригоден для формирования турбулентных пятен из интенсивных волновых пакетов.

В рассмотренных случаях применение граничного условия (3) даёт экономию времени расчёта примерно до четырёх раз и экономию ресурсов для хранения данных до двух раз (за счёт сокращения расчётной области).

В [главе 4](#) в рамках численного моделирования подтверждены предсказания ЛТУ о том, что вторая мода, развивающаяся в сверхзвуковом пограничном слое над острой пластиной с достаточно сильно охлаждаемой поверхностью, может излучать акустические волны во внешнее невязкое течение (спонтанное излучение звука). Полное расчёто-теоретическое исследование данного явления проведено впервые. Спонтанное излучение звука вызвано синхронизацией второй моды с непрерывным спектром медленных акустических волн. В области синхронизации волны второй моды движутся со сверхзвуковой скоростью по отношению к внешнему невязкому течению, а их фазовые и спектральные характеристики оказываются очень близки к характеристикам медленных акустических волн.

В п. 4.1 проанализирована устойчивость пограничного слоя на острой пластине при  $M_{\infty} = 6$  и  $T_w = 0.5$ . В п. 4.2.1 выполнено ПЧМ волновых поездов (генератор возмущений действует при  $t > 0$ , см. рис. 1). Показано хорошее согласование теоретических и численных результатов. В п. 4.2.2 исследовано развитие волновых пакетов на режиме спонтанного излучения (генератор действует при

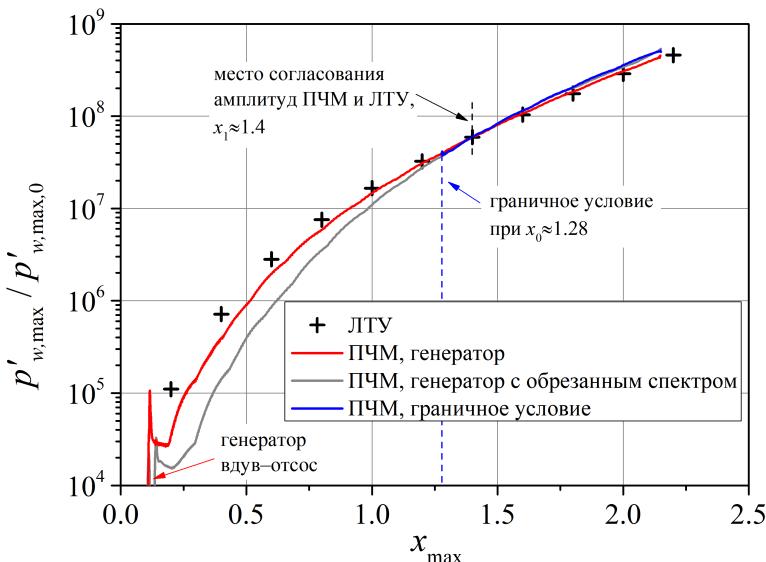


Рисунок 2 — Распределение амплитуды горба волнового пакета первой моды

$0 \leq t \leq 4\pi/\omega_r$ ). Процесс излучения проиллюстрирован на рис. 3 для волнового пакета с областью синхронизации  $4.5 \leq x \leq 5.6$ . В начале области синхронизации ( $x \approx 4.5$ ) в спектре появляется новая устойчивая мода дискретного спектра; в конце области синхронизации ( $x \approx 5.6$ ) вторая мода дискретного спектра «сливается» с непрерывным спектром акустических волн и пропадает из решения. Амплитудная модуляция в распределении  $p'_w(x)$  (рис. 3в) объясняется интерференцией излучённых акустических волн с преобладающей волной второй моды. Излучение возникает и в том случае, когда вторая мода не сливается со спектром акустических волн, но оказывается близка к нему в процессе эволюции.

В п. 4.3 отмечается, что влияние спонтанного излучения на ЛТП незначительно: излучает лишь хвостовая часть волнового пакета, в которой сосредоточены сверхзвуковые волны и которая располагается вблизи верхней ветви нейтральной кривой, т.е. там, где неустойчивость практически закончила свой рост. В то же время передняя часть волнового пакета является дозвуковой, не излучает энергию во внешнее течение и подвержена основному механизму роста.

В главе 5 теоретически и численно исследуется развитие возмущений первой и второй моды на линейном и нелинейном режимах над углами разрежения газового потока. Показано, что развитие турбулентных пятен замедляется над углом, однако полного подавления турбулентности не происходит.

В начале главы выполнен обзор исследований в данном направлении. Отмечено, что отсутствуют работы по устойчивости таких течений, и основное внимание сосредоточено на вопросе о реламинаризации турбулентного течения при переходе через угол.

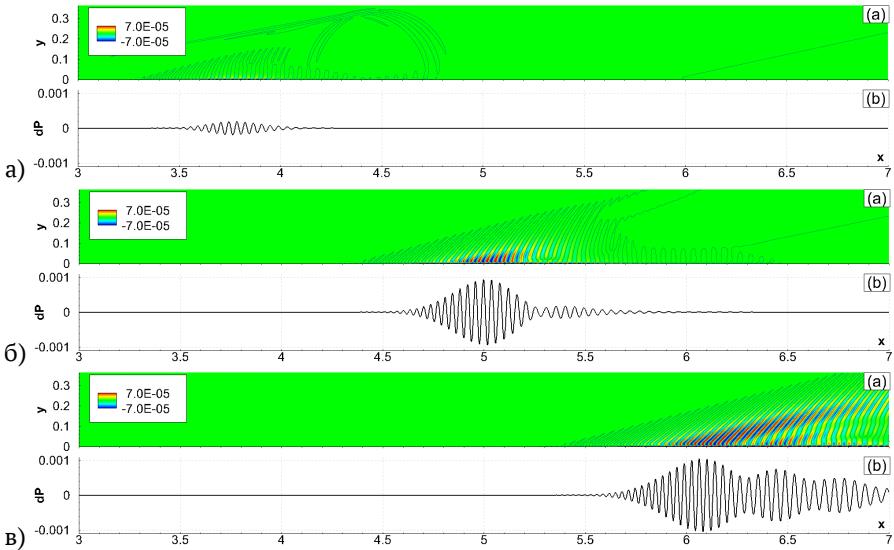


Рисунок 3 — Поле возмущения давления  $p'(x, y)$  с изолинией  $p' = 10^{-8}$  и распределение вдоль стенки  $p'_w(x)$  в моменты времени  $t = 2.0$  (а),  $4.4$  (б),  $6.8$  (в)

В п. 5.1 дана постановка расчёто-теоретических задач. Выбраны два режима при  $Re_{\infty, L} = 10^6$ : 1)  $M_{\infty} = 3$ ,  $T_w = T_r$  (температура восстановления набегающего потока), преобладает первая мода; 2)  $M_{\infty} = 6$ ,  $T_w \approx 2T_{\infty}$ , преобладает вторая мода. Рассмотрены углы разрежения:  $\varepsilon = 0^\circ$  (FP, или плоская пластина);  $5^\circ$  (EC05) и  $10^\circ$  (EC10). В п. 5.1.1 анализируется устойчивость автомодельного пограничного слоя на пластине; результаты анализа используются для выбора параметров возмущения, которое вводится в пограничный слой вблизи острой передней кромки с помощью бигармонического генератора возмущений массового расхода, описанного в п. 5.1.2. Многостадийная процедура расчёта в подобластях с переносом возмущений из подобласти в подобласть описывается в п. 5.1.3. Сначала на избыточно подробной сетке в подобласти 1 рассчитывается поле возмущений в волновом пакете до угла, который расположен при  $l = 0$  (координата вдоль поверхности). Затем это поле интерполируется на сетку в расширенной подобласти 2, которая захватывает возмущённую часть течения при  $l < 0$  и ещё не возмущённое течение при  $l > 0$  для всех рассматриваемых  $\varepsilon$ . Далее расчёт продолжается до выхода возмущений из подобласти 2.

В п. 5.2 рассмотрен случай волнового пакета второй моды, в котором преобладают плоские волны. Анализируется невозмущённое течение и предлагается простая оценка утолщения пограничного слоя при переходе через угол (индекс 1 — до угла, индекс 2 — за углом)

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \left( \frac{2 + (\gamma - 1)M_2^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \frac{M_1}{M_2}, \quad (4)$$

которую можно применять совместно с моделью течения Прандтля — Майера. В п. 5.2.2 анализируется линейная устойчивость рассматриваемого невозмущённого течения и демонстрируется, что частотный диапазон неустойчивости пограничного слоя сдвигается в область низких частот обратно пропорционально утолщению пограничного слоя при переходе через угол:  $\omega \cdot \delta \approx \text{const}$ .

Результаты ЛТУ обобщены на рис. 4. На пластиине огибающая факторов интегрального усиления  $N$  монотонно растёт. Влияние угла разрежения вверх по потоку практически отсутствует. За углом изначально растущие высокочастотные возмущения быстро затухают, а низкочастотные возмущения начинают нарастиать (пунктирные линии). Вместе с этим видно, что с ростом угла разрежения  $\varepsilon$  затухание высокочастотных возмущений проявляется сильнее, а рост низкочастотных возмущений слабее.

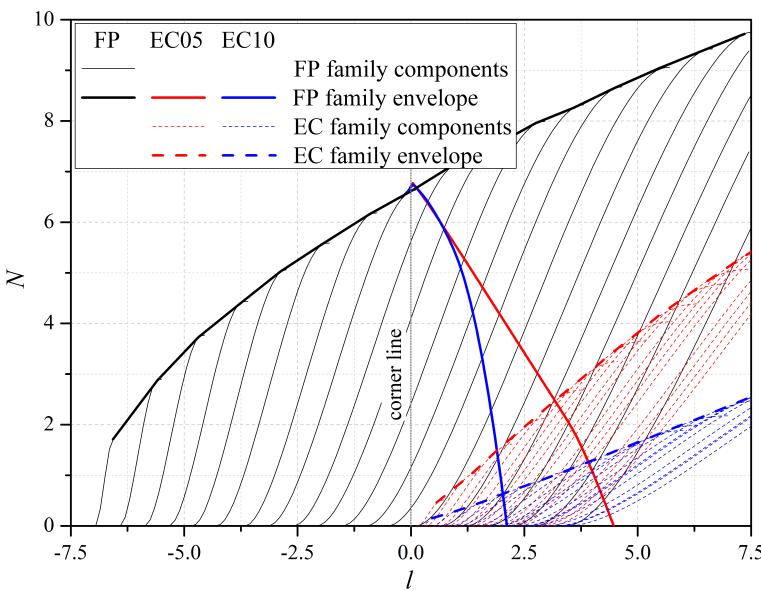


Рисунок 4 —  $N$ -факторы отдельных гармоник (тонкие линии) второй моды и их огибающие (толстые линии) по методу  $e^N$  для невозмущённого течения ПЧМ; family components (envelope) — семейство линий (их огибающая), которые соответствуют возмущениям, нарастающим перед углом (FP) и за ним (EC)

В п. 5.2.4 выводы ЛТУ подтверждены путём ПЧМ линейной стадии роста волнового пакета над угловыми конфигурациями, демонстрируется хорошее количественное согласование. В частности,  $\omega - \beta$  спектры пульсаций давления на поверхности демонстрируют подавление за углом высокочастотных волновых пакетов, которые нарастили до угла, а также нарастание новых низкочастотных пакетов за углом. К концу протяжённой расчётной области новые пакеты не

успевают достичь заметной амплитуды, поэтому эффект угловой конфигурации можно трактовать как стабилизацию пограничного слоя по отношению к малым возмущениям.

В п. 5.2.5 исследована нелинейная стадия развития возмущений над угловыми конфигурациями. Для этого амплитуда генератора повышается на три порядка, и волновой пакет быстро распадается в развитое турбулентное пятно перед углом. Влияние угла разрежения вверх по потоку практически отсутствует. Мелкомасштабные структуры в отпечатке возмущения давления на поверхности подавляются при переходе пятна через угол. Над пластиной такие структуры эволюционируют при  $l > 0$  без подавления. Анализ пространственной формы пятна (рис. 5) показывает, что его вихревое наполнение не ослабевает так сильно, как это следует из отпечатка возмущения давления на стенке. За углом пространственная вихревая структура остаётся хорошо развитой, но пятно поднимается над поверхностью. За углом пятно продолжает расти вдоль отклонённой поверхности, как будто расширения потока не было. Однако размеры пятна за углом оказываются меньше, чем размеры пятна над пластиной. Это наблюдение подтверждается эволюцией спектральных характеристик и указывает на то, что влияние угла разрежения локализовано вблизи  $l = 0$  и проявляется как замедление роста турбулентного пятна. То есть, полной реламинаризации не происходит.

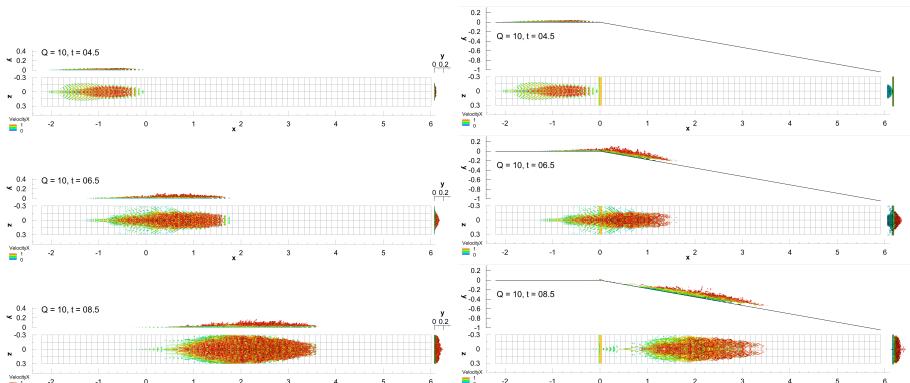


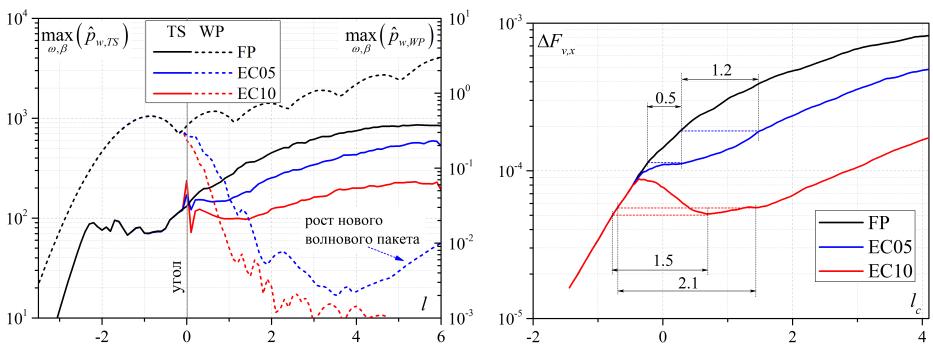
Рисунок 5 — Эволюция турбулентного пятна при  $M_\infty = 6$  (изоповерхность  $Q$ -критерия в трёх проекциях в разные моменты времени). Слева — пластина, справа —  $\varepsilon = 10^\circ$

В п. 5.3 аналогичные результаты получены для первой неустойчивой моды при  $M_\infty = 3$ . Качественно они согласуются с описанными выше результатами для второй моды и поэтому не обсуждаются в автореферате.

В п. 5.4 дано сравнение линейного и нелинейного режимов для всех рассмотренных случаев. Выводы, сделанные для волнового пакета WP и турбулентного пятна TS, подтверждаются количественно распределениями максимума спектральной амплитуды, резюмированными для второй моды на рис. 6а. Действительно,

при  $l < 0$  преобладающая в турбулентном пятне волна развивается одинаково как на плоской пластине, так и на угловых конфигурациях. Рост преобладающего возмущения происходит наиболее активно на стадии формирования пятна при  $l < -2$ . Далее зависимость насыщается, что соответствует началу существенно нелинейной стадии развития пятна. Сразу за углом разрежения преобладающая гармоника скачкообразно ослабевает при  $0 \leq l \leq 1$ , но далее возобновляет рост с инкрементами, близкими к случаю плоской пластины.

Поведение турбулентных пятен TS заметно отличается от поведения линейных волновых пакетов WP. Пограничный слой за углом становится устойчивым к возмущениям, которые нарастили перед углом, и эти возмущения монотонно затухают ниже по потоку; затухание носит примерно экспоненциальный характер. За углом появляется новая низкочастотная неустойчивость; амплитуды низкочастотных возмущений малы из-за длительного участка их начального затухания перед углом. Поэтому новые растущие волновые пакеты достигают существенных амплитуд на больших расстояниях за углом. Для рассмотренных конфигураций новые волновые пакеты второй моды оказались слабее на два порядка по сравнению с волновыми пакетами на плоской пластине (см. рис. 6а), а волновые пакеты первой моды не наблюдались вовсе. Поэтому проведённые расчёты подтверждают, что общий эффект угла разрежения на линейном режиме можно трактовать как существенную стабилизацию пограничного слоя даже в случае относительно малых углов поворота потока  $\varepsilon = 5^\circ$ .



а) Спектральный горб волнового пакета (WP) и турбулентного пятна (TS)

б) Избыточная сила трения от турбулентного пятна  $\Delta F_{v,x}$

Рисунок 6 — Эволюция возмущений второй моды,  $M_\infty = 6$ , ПЧМ

В п. 5.5 проанализировано влияние замедления роста турбулентного пятна на его вклад в сопротивление трения  $\Delta F_{v,x} \approx \iint_S \Delta c_{f,x} dl dz$ . Поле избыточного над ламинарным коэффициента трения  $\Delta c_{f,x}$  приведено на рис. 7. Центр приложения избыточной силы трения  $(l_c, z_c) = \iint_S \mathbf{r} \cdot dF_{v,x} / \Delta F_{v,x}$  рассчитан для моделируе-

мой половины пятна. При переходе через угол EC10 коэффициент трения  $c_{f,x}$  в пятне уменьшается на порядок по сравнению со случаем плоской пластины.

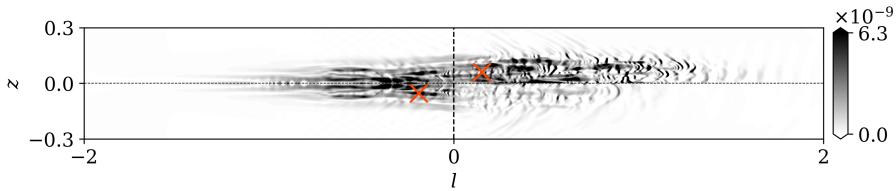


Рисунок 7 — Поле  $\Delta c_{f,x}$  от турбулентного пятна ( $M_\infty = 6$ ) при  $t = 6.6$ : верхняя половина — FP, нижняя половина — EC10. Крестиком показан центр приложения суммарной силы трения

На рис. 6б показано, что распределение  $\Delta F_{v,x}$  в пятне EC10 достигает локального минимума, за которым инкременты величины  $\Delta F_{v,x}$  восстанавливаются до уровня, свойственного пятну FP на плоской пластине. Для угла EC05 такой минимум практически не выделяется. Поэтому разумно ограничить область задержки турбулентного сечениями, между которыми темп роста  $\Delta F_{v,x}$  на угловой конфигурации существенно отличается от темпа роста на плоской пластине. Такие области отмечены на рис. 6б вместе с их размером  $\Delta l$ , характеризующим длину замедления роста турбулентного пятна при прохождении угла разрежения газового потока.

По-видимому, близкими стабилизирующими свойствами должно обладать и течение, в котором разгон потока осуществляется плавно. В этом случае можно ожидать, что характеристики устойчивости будут меняться аналогичным образом, но постепенно.

В [главе 6](#) исследован модельный пример такого течения — пограничный слой над тонким профилем с параболической формой  $y_w = 2\tau \cdot x(1-x)$ , где  $\tau$  — толщина профиля по отношению к хорде  $L^*$  (рис. 1). Такой профиль характерен для крыльев сверхзвуковых пассажирских самолётов (СПС). Некоторые модели СПС имеют крыло малой стреловидности, чтобы избежать раннего ЛТП из-за неустойчивости поперечного течения. В этом случае ЛТП на гладкой поверхности крыла протекает по малошумному сценарию. В данной главе установлен наиболее вероятный источник внешних естественных возмущений, которые приводят к турбулизации пограничного слоя на прямом крыле, — акустический шум от турбулентного пограничного слоя с передней части фюзеляжа.

В п. 6.1 рассмотрено невозмущённое обтекание профиля в условиях крейсерского полёта СПС на высоте 20 км при  $M_\infty = 3$ , поверхность является теплоизолированной. Для оценки характерных геометрических масштабов выбрана конфигурация аппарата Aerion AS2<sup>39</sup>. Хорда крыла составляет  $L^* = 5$  м.

<sup>39</sup> Liebhardt B., Lütjens K., Tracy R.R., Haas A.O. Exploring the Prospects of Small Supersonic Airliners – A Case Study Based on the Aerion AS2 Jet. // AIAA Paper 2017-3588.

При  $\tau = 0, 1, 2.5, 5, 7.5, 10\%$  проанализированы свойства локально автомодельного пограничного слоя, у которого характеристики невязкого течения на границе меняются в соответствии с теорией тонких тел. Аналогичный анализ и перекрёстная верификация выполнены при  $\tau = 0, 5, 10\%$  в рамках полных уравнений Навье – Стокса. Показано, что распределение толщины вытеснения пограничного слоя  $\delta_1(x)$  имеет точку перегиба, которая монотонно движется к передней кромке с ростом  $\tau$ . Отмечено, что её наличие должно приводить к стабилизации течения.

В п. 6.2 в рамках ЛТУ исследована устойчивость волн первой моды, которая является единственной неустойчивой модой в рассматриваемых условиях обтекания. Показано, что с ростом толщины профиля  $\tau$  область неустойчивости  $\sigma > 0$  каждой такой волны становится уже, равно как и распределение инкремента преобладающей волны вдоль поверхности (рис. 8а). Вместе с этим интегральное усиление возмущений уменьшается при утолщении профиля (рис. 8б, расчёт  $N$ -факторов волн первой моды ведётся от их точек потери устойчивости). Таким образом, над выпуклым профилем крыла возникает благоприятный градиент давления, который оказывает стабилизирующее влияние на пограничный слой.

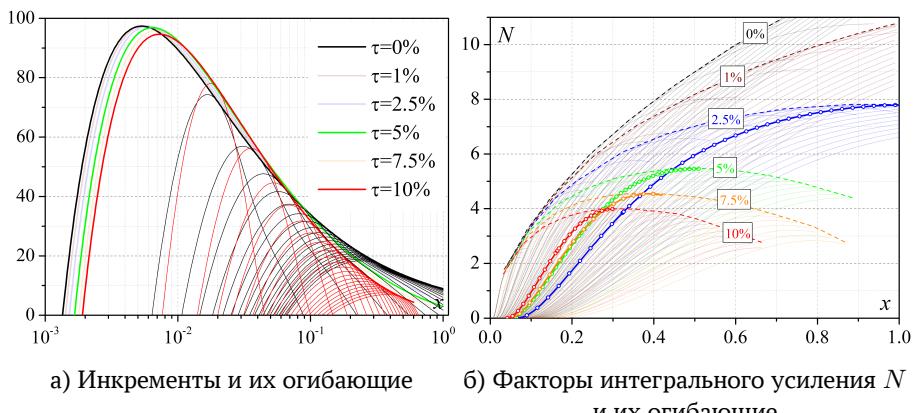


Рисунок 8 – Характеристики устойчивости локально автомодельного пограничного слоя, рассчитанные по методу  $e^N$

При  $\tau \gtrsim 2.5\%$  распределение  $N(x)$  достигает максимума за перегибом  $\delta_1(x)$ . Это значит, что на профиле появляется точка  $x_*$  максимума амплитуды возмущений для всего спектрального диапазона по  $\omega$  и  $\beta$ . В частности, при  $\tau = 10\%$  максимум достигается при  $x_* \approx 0.2$ , а соответствующее преобладающее возмущение имеет  $(\omega_*, \beta_*) \approx (200, 1055)$ . Сделанное наблюдение предполагает, что для ламинаризации обтекания рассматриваемого класса профилей достаточно принять меры лишь на участке  $x < x_*$ . Этот важный с практической точки зрения

вывод подтверждён в п. 6.3 с помощью ПЧМ, в том числе путём количественного сопоставления результатов ПЧМ и ЛТУ.

Начальные амплитуды возбуждаемых волн первой моды определяются внешними возмущениями, проникающими в граничный слой (задача восприимчивости). В пп. 6.4 и 6.5 с помощью ПЧМ количественно исследована роль атмосферной турбулентности и роль акустического шума от турбулентного граничного слоя на передней части фюзеляжа в процессе ЛТП на прямом крыле. Для этого строятся нестационарные граничные условия, моделирующие эти источники внешних возмущений, а численное моделирование проводится вплоть до формирования турбулентных пятен. В обоих случаях внешнее возмущение моделируется в виде суммы плоских монохроматических элементарных волн со случайными равномерно распределёнными фазами. Амплитуда гармоник вычисляется на основе имеющихся расчётно-экспериментальных данных.

Модель атмосферной турбулентности дана в п. 6.4.1. В её основу положена модель энергетического спектра Колмогорова — Обухова и модель генерации случайного сигнала<sup>40</sup>.

Линейный масштаб неустойчивости граничного слоя ( $\lambda = 2\pi/\alpha_r$ ) лежит в инерционном интервале спектра атмосферной турбулентности. Инерционный интервал описывается двумя параметрами: кинематической вязкостью, которая известна из модели стандартной атмосферы, и скоростью диссипации кинетической энергии турбулентности, которая задокументирована для различных условий<sup>41</sup>. Это позволяет провести нормировку спектра

$$E = A \frac{(k/k_e)^4}{(1 + 2.4(k/k_e)^2)^{17/6}} \cdot f(k) \quad (5)$$

на штормовые погодные условия ( $\varepsilon^* = 0.06 \text{ м}^2/\text{с}^3$ ), в которых атмосферная турбулентность достигает наибольшей интенсивности. Для этого коэффициент  $A$  рассчитывается с учётом экспериментальных данных<sup>42</sup> для инерционного интервала:

$$A = \alpha \varepsilon^{2/3} \cdot \frac{2.4^{17/6}}{k_e^{5/3}},$$

где  $\alpha = 1.7$  — эмпирический коэффициент и

$$\alpha \varepsilon^{2/3} = \alpha \left( \varepsilon^* \cdot \left( \frac{u_\infty^{*3}}{L^*} \right)^{-1} \right)^{2/3} \approx 10^{-6}.$$

<sup>40</sup>Адамян Д.Ю., Стрелец М.Х., Травин А.К. Эффективный метод генерации синтетической турбулентности на входных границах LES области в рамках комбинированных RANS-LES подходов к расчету турбулентных течений. // Мат. Моделирование. — 2011. — Т.23, №7. — С. 3-19.

<sup>41</sup>McMinn J. Extension of a Kolmogorov atmospheric turbulence model for timebased simulation implementation // AIAA paper 97-3532.

<sup>42</sup>Pao Y.-H. Structure of Turbulent Velocity and Scalar Fields at Large Wavenumbers // Phys. Fluids. — 1965. — Vol. 8, no. 6. — P. 1063.

Множитель  $f(k)$  в (5) определяет вязкое затухание возмущений на масштабе Колмогорова и учитывает спектральную отсечку на используемой расчётной сетке.

Стохастический характер атмосферной турбулентности моделируется в виде нестационарного граничного условия на входной границе расчётной области (рис. 1): на набегающий поток накладывается нестационарное вихревое возмущение вида

$$\mathbf{U}' = (u', v', w') = \sum_{i=1}^N \sqrt{2q_i} \hat{\sigma}_i \sin(\mathbf{k}_i \mathbf{x} - \omega_i t + \varphi_i),$$

$$T' = 0, p' = 0,$$

где  $q_i = E_i \Delta k_i$ ,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор,  $\omega = k_x$  — частота элементарного вихревого возмущения. Векторы  $\mathbf{k}_i$  получены в виде произведения ортов  $\mathbf{d}_i$  и соответствующих волновых чисел, разбивающих отрезок  $[k_{min}, k_{max}]$  с постоянным шагом  $\Delta k$ :  $\mathbf{k}_i = \mathbf{d}_i k_i = \mathbf{d}_i (k_{min} + i \Delta k)$ . Орты  $\mathbf{d}_i$  и  $\hat{\sigma}_i$  взаимно перпендикулярны и имеют случайные направления, распределённые равномерно по сфере и по окружности, соответственно. Генерируемый сигнал покрывает частотный диапазон неустойчивости  $\omega \in [60, 600]$ .

Модель акустического шума дана в п. 6.5.1. Стохастический сигнал генерируется аналогично случаю атмосферной турбулентности в виде суммы элементарных волн, которые равномерно покрывают большую часть частотного диапазона неустойчивости с шагом  $\Delta\omega$ :

$$\mathbf{q}' = \sum_{i=1}^N \delta \mathbf{q} \cdot \cos(\mathbf{k}_i \mathbf{x} - \omega_i t + \varphi_i), \quad (6)$$

$$\delta \mathbf{q} = \sqrt{2\Phi(\omega_i)\Delta\omega} \cdot (-M_\infty \cos \psi_b, 0, -M_\infty \sin \psi_b, 1, (\gamma - 1) M_\infty^2),$$

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{\cos \psi_b - 1/M_\infty} \cdot (\cos \psi_b, 0, \sin \psi_b).$$

Параметры элементарных волн рассчитаны на основе известных результатов ПЧМ<sup>43</sup> акустического шума от турбулентного пограничного слоя на плоской пластине. Из них следует, что наклон волновых фронтов излучаемого шума составляет  $\varsigma = \varsigma_b \pm \Delta\varsigma_b \approx 123.75^\circ \pm 2.78^\circ$ , и можно рассматривать его как постоянный  $\varsigma = \varsigma_b = \psi_b + \pi$  в широком частотном диапазоне. Из геометрических соображений можно оценить область на фюзеляже, откуда приходят акустические волны на среднюю по размаху часть крыла. Исходя из характеристик турбулентного пограничного слоя в этой области, можно оценить среднеквадратичный уровень пульсаций давления в акустическом шуме:  $p'_{rms} \approx 2.86 \cdot 10^{-3} p_\infty$ . Подстановка

<sup>43</sup>Duan L. et. al. Numerical study of acoustic radiation due to a supersonic turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. — 2014. — Vol. 746. — P. 165–192

этого значения в частотный спектр  $\Phi(\omega)$  из ПЧМ<sup>43</sup> замыкает граничное условие (6).

Следует отметить, что фюзеляж следует рассматривать скорее как осесимметричный источник шума, а не плоский. В этом случае амплитуда излучаемых акустических волн убывает обратно квадратному корню из расстояния от оси фюзеляжа. Опираясь на принятую геометрию ЛА, рассчитанную выше величину  $p'_{rms}$  следует уменьшить в  $\sqrt{5.8}$  раз, что даст  $p'_{rms} \approx 1.19 \cdot 10^{-3} p_\infty$ .

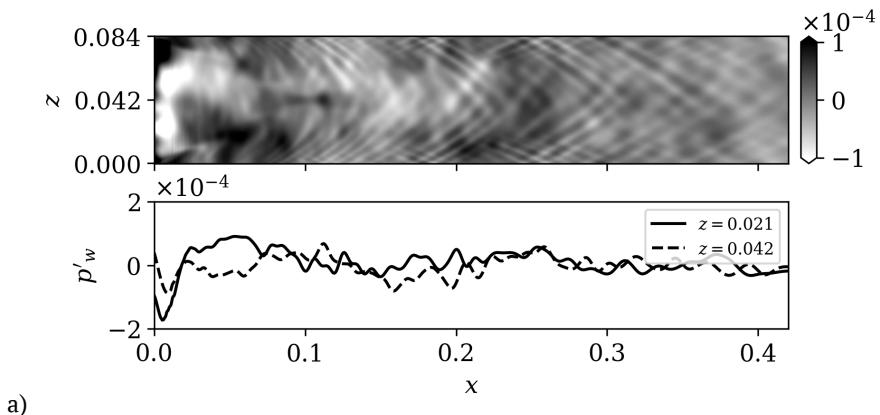
Результаты проведённых ПЧМ для профиля  $\tau = 10\%$  даны в пп. 6.4.2 и 6.5.2. На рис. 9 изображены поля возмущения давления на стенке  $p'_w(x, z)$  в некоторый момент времени, для которого осреднённые характеристики возмущения уже установились во времени (квазипериодический режим).

Атмосферная турбулентность приводит к порождению серии волн с выделяющимся наклоном волновых фронтов (рис. 9а). Амплитуда этих волн достигает максимума в окрестности  $x = 0.2$ , что соответствует точке максимума  $N$ -фактора, рассчитанного по ЛТУ для пограничного слоя из ПЧМ. Практически всюду  $p'_w \lesssim 0.1\% p_\infty$ , и турбулентных пятен в течении не образуется. Возмущённое течение носит стохастический характер.

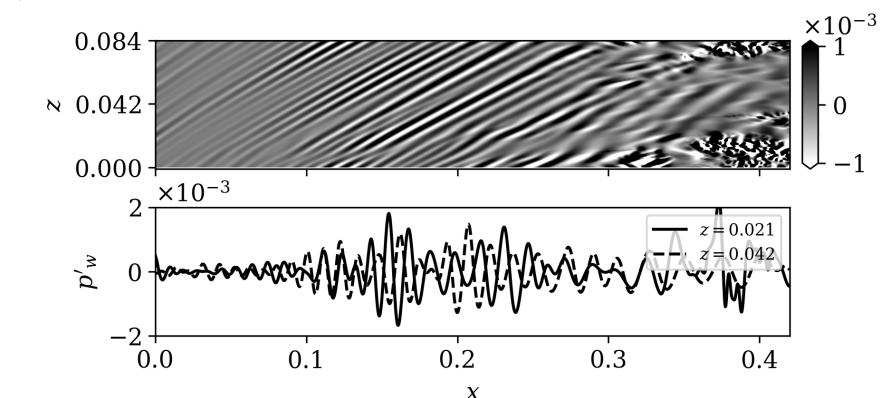
Шум от плоского источника-фюзеляжа возбуждает возмущения пограничного слоя, которые заметно нарастают вниз по потоку (рис. 9б). Их амплитуда достигает максимума в интервале  $0.15 < x < 0.25$ . Далее возмущения либо распадаются в турбулентные пятна, либо затухают без признаков нелинейного взаимодействия. Пятна рождаются волновыми пакетами, которые возбуждаются локальными всплесками акустических возмущений и достигают критических амплитуд  $u' \lesssim 10\% u_\infty$ . Пятна рождаются в области  $x > 0.25$  случайно по размаху  $z$ , и этот процесс не прекращается со временем. Зародившееся пятно увлекается потоком и увеличивается в размерах, формируя подобие турбулентных клиньев, вершина которых сносится по потоку медленнее, чем пятно в целом. Вершина одного такого пятна расположена при  $x \approx 0.35$ ,  $z \approx 0.015$  на рис. 9б. В случае осесимметричного источника-фюзеляжа описанная картина качественно сохраняется, но пятна рождаются ниже по потоку (при  $x > 0.3$ , рис. 9в), и это происходит значительно реже. При этом большую часть времени возмущённый пограничный слой остаётся ламинарным, однако уровень пульсаций продолжает оставаться на порядок выше, чем в случае воздействия атмосферной турбулентности.

Анализ  $\omega - \beta$  спектров пульсаций  $p'_w(t, z)$  в различных сечениях  $x = const$  показан на рис. 10. В случае атмосферной турбулентности основные возбуждённые возмущения являются крупномасштабными и сосредоточены в области плоских волн  $\beta \approx 0$ . Вместе с тем, наклонные волны ( $\beta \neq 0$ ) неустойчивой первой моды имеют низкие начальные амплитуды и проявляются к сечению  $x = 0.2$  в виде V-области спектра. Ниже по потоку они постепенно затухают, как и возмущения из остальной части спектра.

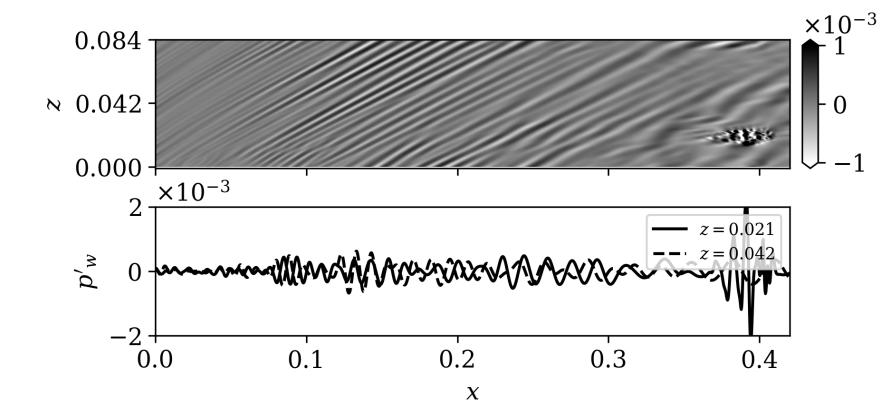
Исходный спектр шума является линейным в плоскости  $(\omega, \beta)$ . Линейная форма сохраняется по мере удаления от передней кромки. При этом спектральный максимум сдвигается в область более низких частот в соответствии с ЛТУ, что



a)



б)



в)

Рисунок 9 — Поле и распределение  $p'_w$  вдоль двух линий  $z = const$  в некоторый момент времени. Источник возмущений: а — атмосферная турбулентность; б — шум (плоский источник); в — шум (осесимметричный источник)

свидетельствует о близком к линейному характере эволюции волновых пакетов при  $x < 0.2$ . Следует отметить, что турбулентные пятна не зарождаются при  $x < 0.2$ .

В случае плоского источника-фюзеляжа спектр быстро уширяется по  $\beta$  ( $x = 0.3$ ) и распадается в широкополосный ( $x = 0.4$ ). При этом быстро рас-тёт гармоника  $(\omega, \beta) = (0, 0)$ , т.е. изменяется среднее течение.

В случае осесимметричного источника-фюзеляжа спектр также уширяется, но признаки нелинейного распада выражены слабо. Это означает, что пятна появляются редко, развиваются над крылом независимо и не формируют развитого турбулентного пограничного слоя — крыло большую часть времени обтекается ламинарным потоком.

В п. 6.6 продемонстрировано согласование результатов ПЧМ и ЛТУ, а также приведено распределение коэффициента трения  $c_{f,x}(x)$ , осреднённого по времени и по размаху крыла,. В случае шума от плоского источника наблюдается переходный пограничный слой с выраженным началом перехода при  $x \approx 0.3$  (рис. 11). В случае шума от осесимметричного источника наблюдается зарождающееся начало перехода при  $x \approx 0.35$ . В случае атмосферной турбулентности отклонение  $c_{f,x}(x)$  от ламинарной ветви отсутствует — возмущённый пограничный слой остаётся ламинарным.

Результаты верификационных расчётов, показанные на рис. 11, подтверждают достоверность полученных результатов.

В п. 6.7 для типичных атмосферных условий рассмотрена роль микрочастиц в процессе ЛТП на прямом крыле. Показано, что концентрация микрочастиц мала и порождаемые ими редкие турбулентные пятна будут распространяться индивидуально, не сближаясь друг с другом и не формируя единую линию ламинарно-турбулентного перехода. Поэтому маловероятно, что в типичных условиях микрочастицы могут служить источником ЛТП. Однако в случае высокой облачности, вулканической активности или при повышенном содержании продуктов сгорания ракетного топлива концентрация требуемых микрочастиц может возрасти на несколько порядков, а их роль в турбулизации обтекания крыла может стать определяющей. Поэтому задача восприимчивости пограничного слоя к микрочастицам остаётся актуальной.

Таким образом, наиболее вероятным источником ЛТП на прямом крыле СПС является акустический шум от турбулентного пограничного слоя на фюзеляже, который способен приводить к ламинарно-турбулентному переходу в малошумных условиях сверхзвукового полёта через механизм формирования, роста и последующего слияния турбулентных пятен. Микрочастицы и атмосферная турбулентность (даже в штормовых погодных условиях) являются второстепенными источниками перехода.

В выводах по главе (п. 6.8) указаны возможные подходы к ламинаризации обтекания прямых крыльев СПС, основанные на уменьшении интенсивности акустического шума, такие как подбор формы фюзеляжа, полировка его поверх-

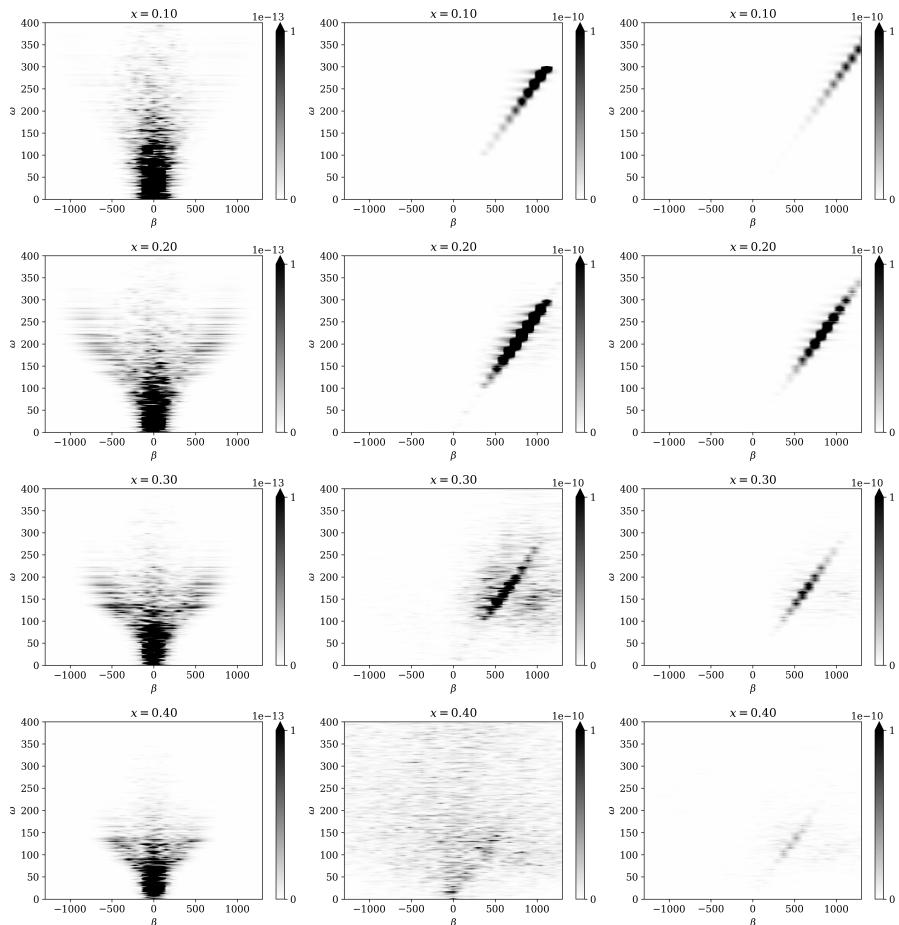


Рисунок 10 — Спектральная плотность мощности  $p'_w$  в сечениях  $x = 0.1$  (верхний ряд),  $0.2, 0.3, 0.4$  (нижний ряд). Источник возмущений: слева — атмосферная турбулентность; посередине — акустический шум от плоского фюзеляжа; справа — акустический шум от осесимметричного фюзеляжа

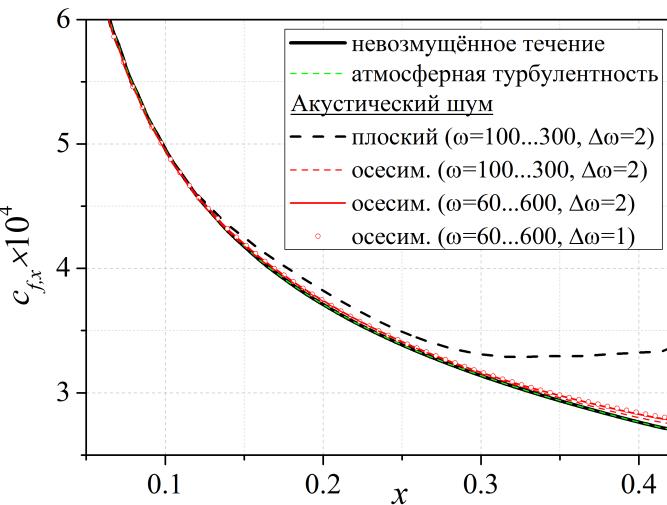


Рисунок 11 — Перекрёстное сравнение распределений усреднённого по времени и размаху крыла коэффициента трения на поверхности носителя, отсос пограничного слоя, а также применение устройств, разрушающих когерентные турбулентные структуры над фюзеляжем.

В [главе 7](#) разработан метод численного моделирования взаимодействия микрочастицы с течением. Этот метод и развитая ранее теоретическая модель восприимчивости пограничного слоя к микрочастицам<sup>44</sup> взаимно верифицированы путём сравнения характеристик волновых пакетов, возбуждаемых частицей в сверхзвуковом пограничном слое на остром клине. На основе расширенной теоретико-численной модели предложена простая статистическая модель ЛТП, вызванного микрочастицами.

В начале главы дан обзор работ, касающихся влияния микрочастиц на течение.

В п. 7.1 описана математическая модель сферической частицы<sup>44</sup>, которая движется относительно замороженного невозмущённого течения и всюду находится в тепловом равновесии с окружающей средой. На частицу действует сила аэродинамического сопротивления, которая рассчитывается с помощью корреляции<sup>45</sup> для коэффициента сопротивления. Воздействие частицы на течение описывается дополнительными членами в уравнениях Навье — Стокса, которые моделируют точечные источники сосредоточенной силы  $R_p^2 \bar{\mathbf{F}}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p)$  и мощности  $R_p^2 \mathbf{u}_p \cdot \bar{\mathbf{F}}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p)$ , где  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p)$  — трёхмерная дельта-функция Дирака;  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ;  $\mathbf{r}_p, \mathbf{u}_p, R_p$  — радиус-вектор, скорость и радиус частицы;  $\bar{\mathbf{F}}_p = 1/2 (\mathbf{u}_p - \mathbf{U}) \cdot C_D |\mathbf{u}_p - \mathbf{U}| \pi \rho$ .

<sup>44</sup>Fedorov A.V. Receptivity of a supersonic boundary layer to solid particulates // J. Fluid Mech. — 2013. — Vol. 737. — P. 105–131.

<sup>45</sup>Crowe C.T. Drag coefficient of particles in a rocket nozzle. // AIAA J. — 1967. — Vol. 5, no. 5. — P. 1021–1022.

В п. 7.2 приводится теоретическое решение<sup>44</sup> задачи возбуждения первой моды сверхзвукового пограничного слоя путём динамического взаимодействия микрочастицы с пограничным слоем.

В п. 7.3 описан теоретический базис для выделения моды из численного поля возмущений.

В п. 7.4 дана численная модель частицы. Точечный источник аппроксимирован функцией

$$\delta_h(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) = \begin{cases} \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^3} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p|^2}{2\sigma^2}\right), & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_p| < 4\sigma, \\ 0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_p| \geq 4\sigma; \end{cases} \quad (7)$$

Далее проведена детальная верификация модели (7). В п. 7.4.3 дана постановка тестовой задачи: рассматривается обтекание острого клина с полууглом раскрытия  $14^\circ$  под нулем углом атаки при  $M_\infty = 4$  ( $M_e \approx 3$  за косым скачком на клине). Температура стенки постоянна и близка к температуре восстановления газового потока. На клин налетает частица радиуса  $R_p = 10$  мкм и плотностью  $\rho_p = 1$  г/см<sup>3</sup>, которая изначально двигалась с набегающим потоком. Траектория такой частицы практически прямолинейна. Частица соударяется с поверхностью при  $x_c \approx 0.067$ , где  $x$  — координата вдоль поверхности, а  $y$  — по нормали к ней.

В п. 7.4.4 описана расчётная сетка.

В п. 7.4.5 исследована сходимость ПЧМ по амплитуде волнового пакета  $p_{w,max}^{sym}$  в плоскости симметрии. В результате сформулированы следующие критерии корректного численного моделирования. Во-первых, процесс восприимчивости моделируется с ошибкой  $\Delta p_{w,max}^{sym} < 2.4\%$ , если: 1) характерный диаметр частицы (7)  $2\sigma\sqrt{2}$  не превышает 22% толщины пограничного слоя в месте столкновения (критерий точечного источника); 2)  $\sigma \geq 0.5h$  в каждом направлении, где  $h$  — шаг сетки (критерий сеточного разрешения частицы). Во-вторых, эволюция возбуждённого волнового пакета моделируется с ошибкой  $\Delta p_{w,max}^{sym} < 6.3\%$ , если расчётная сетка равномерна по  $x$  и на длину преобладающей волны приходится не менее 25 сеточных узлов. Кроме этого показано, что внешняя часть траектории частицы слабо влияет на процесс восприимчивости. Поэтому полёт частицы требуется моделировать с высокой точностью только внутри пограничного слоя.

В п. 7.5 в рамках ПЧМ исследовано линейное развитие волнового пакета от места столкновения с частицей (рис. 12).

В п. 7.5.1 траектории и амплитуды горба волнового пакета, а также углы наклона его волновых фронтов сопоставлены с результатами ЛТУ. На рис. 13а показано распределение амплитуды горба волнового пакета, возбуждённого при  $x_c = 0.067$ . К концу расчётной области кривые развиваются практически параллельно друг другу, а расхождение между ними при  $x_{max} = 0.9$  составляет около 42% по отношению к теоретическому уровню. В качестве возможного источника этого расхождения указано нарушение теоретического ограничения  $\lambda_s/x_c \ll 1$ , где  $\lambda_s$  — длина волны в точке столкновения  $x_c$  для возмущения, которое преобладает в

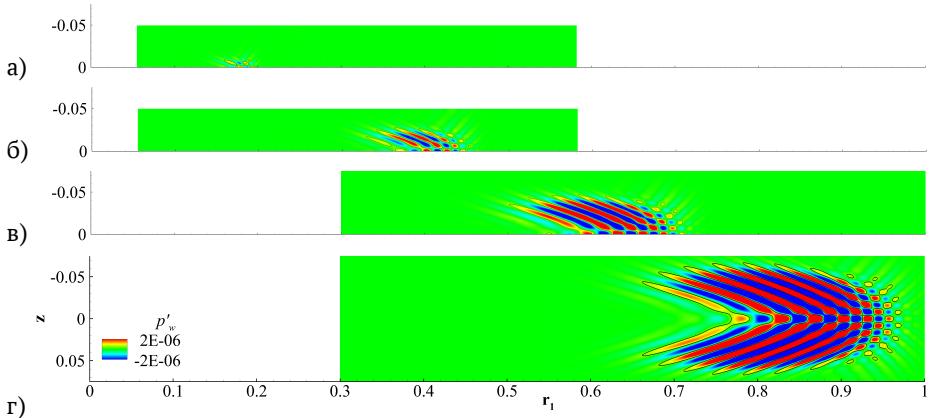


Рисунок 12 — Возмущение давления на стенке  $p'_w(x, z)$  и изолинии  $p'_w = 5 \cdot 10^{-7}$  в случае  $\sigma = 5 \cdot 10^{-5}$  в моменты времени  $t = 0.19$  (а),  $0.55$  (б),  $0.91$  (в),  $1.27$  (г);  $r_1 = x \cos 14^\circ$ . Момент столкновения частицы со стенкой —  $t_c \approx 0.009$

сечении наблюдения  $x_{max}$ . Для низкочастотных волн, преобладающих в дальних сечениях на рис. 13а, это отношение не является малым ( $\lambda_s/x_c \approx 0.5$ ). В связи с этим рассмотрен случай  $x_c = 0.134$  (рис. 13б), для которого отношение  $\lambda_s/x_c$  уменьшается примерно вдвое, а расхождение — до 24%. При этом численный диаметр частицы практически не влияет на распределение амплитуды горба пакета, что свидетельствует о сошедшемся численном решении по  $\sigma$ .

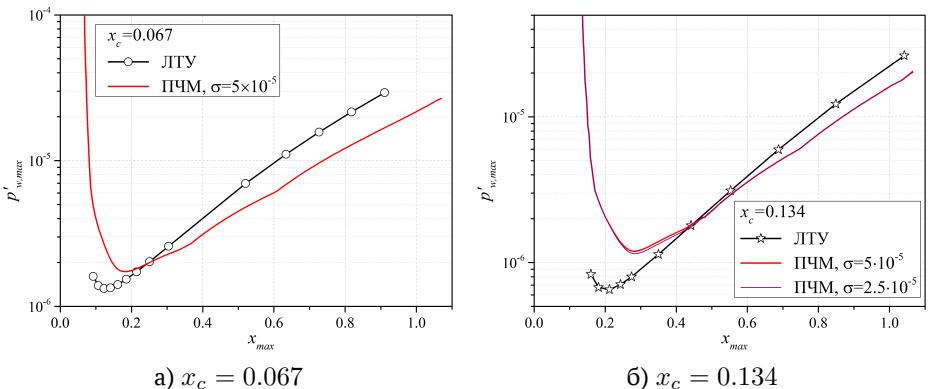


Рисунок 13 — Амплитуда горба волнового пакета

В п. 7.5.2 исследован  $\omega - \beta$  спектр возмущений в волновом пакете. Спектр имеет сложную структуру с множеством локальных максимумов вблизи места соударения (рис. 14а) и простую структуру с единственным выраженным максимумом в дальнем поле от места соударения (рис. 14б), что указывает на селективный

характер усиления возмущений, предсказываемый в ЛТУ. Модальное разложение возмущения из ПЧМ подтверждает, что в дальнем поле волновой пакет соответствует первой mode пограничного слоя.

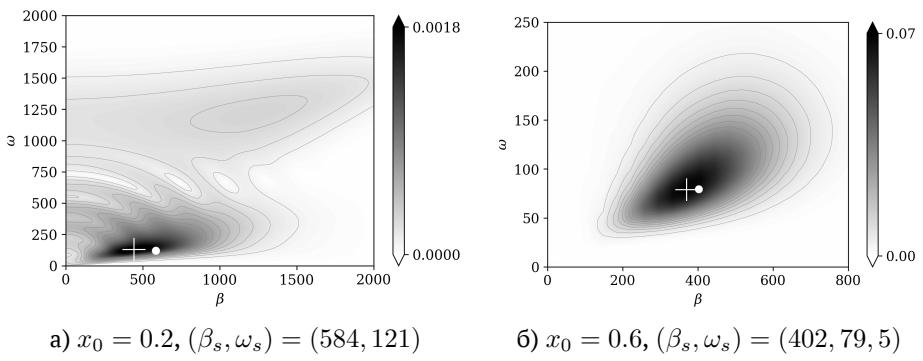


Рисунок 14 — Амплитудный спектр волнового пакета от частицы в различных сечениях  $x = x_0$ . Крестиком показано положение максимума из ПЧМ, а кружком — теоретический максимум  $(\beta_s, \omega_s)$  преобладающего возмущения из ЛТУ

В п. 7.5.3 отмечено, что в главном приближении теоретическое решение не зависит от того, падает ли частица на поверхность или удаляется от неё после абсолютно упругого столкновения. Это положение подтверждено путём ПЧМ. Показано, что отклонение амплитуды возмущений от случая падающей частицы мало,  $\Delta p_{w,max}^{',sym} \approx -4.3\%$ . В результате сделан вывод о возможности постановки контролируемого эксперимента по восприимчивости к калиброванным микрочастицам путём выстреливания их с поверхности.

В п. 7.6 на основе теоретической<sup>44</sup> на стр. 29 и предложенной численной моделей предложена простая статистическая модель ЛТП, вызванного микрочастицами. Предположим, в неподвижной среде имеются частицы фиксированного радиуса  $R_p$  с концентрацией  $C^* \text{ м}^{-3}$ , распределённые по объёму случайно с постоянной функцией распределения. Через среду пролетает клин с полууглом раскрытия  $\theta$ , и частицы сталкиваются с его поверхностью, порождая волновые пакеты. Частицы достаточно тяжёлые,  $\rho_p \gg \rho$ , поэтому их траектория близка к прямолинейной. В этом случае среднеквадратичная частота столкновений частиц с единицей площади поверхности постоянна и равна  $\nu^* = C^* U_\infty^* \cdot \sin \theta$ .

Для построения статистической модели делается ряд допущений.

1. Стохастически возбуждаемые частицами волновые пакеты некогерентны. Среднеквадратичная амплитуда возмущений с учётом перекрытия пакетов определяется путём сложения их интенсивностей (квадратов амплитуды).
2. Каждое соударение порождает идентичные начальные пакеты с широким спектральным составом и одинаковой амплитудой  $\varepsilon$  вне зависимости от места столкновения.

3. Амплитудные функции возмущений не зависят от  $x$ .
4. Переход к турбулентности начинается при  $x \gg x_0$ , где каждый возбуждённый волновой пакет имеет форму (3).
5. Выполняется коротковолновое приближение: характерный масштаб, на котором изменяется амплитуда возмущений, значительно больше характерной длины волны возмущения.

Пусть  $x$  — точка наблюдения, а  $x'$  — точка падения частицы на поверхность. При расчёте среднеквадратичной амплитуды возмущений  $I = \langle \Psi_{\pm}^{3D} \cdot \Psi_{\pm}^{3D} \rangle$  на основе формулы (3) амплитудная огибающая пакета получается выделением действительной части  $B_{tt}\Delta t^2 + B_{tz}\Delta t\Delta z + B_{zz}\Delta z^2$  из соответствующего подэкспоненциального выражения (выражения для  $B_{tt}$ ,  $B_{tz}$  и  $B_{zz}$  даны в диссертации), и метод перевала даёт

$$I(x) \propto \frac{\nu \varepsilon^2}{2} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{B_{tt}B_{zz} - B_{tz}^2}} \int_0^x e^{2(N_s(x) - N_s(x'))} dx'.$$

В заключении приведены основные результаты диссертации. Кратко их можно сформулировать следующим образом.

1. На ряде модельных задач изучены свойства используемого неявного численного метода сквозного счёта и обоснована возможность моделирования с его помощью различных стадий ламинарно-турбулентного перехода (восприимчивость, устойчивость, нелинейное взаимодействие). Показано, что численное моделирование взаимодействия малых возмущений с ударными волнами предполагает разрешение вязкого профиля ударной волны на расчётной сетке. Если профиль не разрешён, погрешность моделирования растёт с ростом интенсивности ударной волны.
2. Разработан вычислительный метод, который позволяет исключить протяжённую линейную стадию развития возмущений в пограничном слое из численного моделирования и за счёт этого сократить суммарное время расчёта до четырёх раз. Для этого найдена асимптотика волнового пакета неустойчивой моды и на её основе получено нестационарное граничное условие.
3. Расчётым путём доказана возможность возникновения спонтанного излучения акустических волн из сверхзвукового пограничного слоя над сильно охлаждённой поверхностью. Это явление вызвано синхронизацией второй моды с непрерывным спектром медленных акустических волн.
4. Исследован механизм стабилизации сверхзвукового пограничного слоя из-за резкого расширения газового потока за углом разрежения. Показано, что малые возмущения подавляются при переходе через угол. Вместе с тем нелинейные турбулентные пятна замедляют свой рост после прохождения угла на длинах порядка 20–50 толщин пограничного слоя, а ниже по потоку продолжают развиваться. Поэтому экспериментальные картины

пониженного теплового потока за углами разрежения необязательно указывают на реламинаризацию сверхзвукового турбулентного пограничного слоя и могут свидетельствовать лишь о временном ослаблении влияния турбулентности.

5. Исследовано обтекание аэродинамически гладкого прямого крыла с тонким параболическим профилем, типичным для сверхзвукового пассажирского самолёта. Обнаружено, что, начиная с некоторой пороговой толщины профиля, на нём появляется точка максимума амплитуды возмущений. Поэтому ламинаризацию обтекания таких крыльев можно проводить не для всего крыла, а лишь до точки максимума.
6. Наиболее вероятным источником ламинарно-турбулентного перехода на таком крыле является акустический шум, излучаемый турбулентным пограничным слоем с передней части фюзеляжа. Микро частицы и атмосферная турбулентность являются второстепенными источниками перехода.
7. Разработан метод численного моделирования взаимодействия сферических микро частиц с течением. Метод пригоден для моделирования процесса восприимчивости. На базе этого метода и асимптотического анализа построена статистическая модель перехода, обусловленного хаотично распределёнными в атмосфере микро частицами.

### **Список работ, опубликованных автором по теме диссертации в изданиях из списка ВАК РФ**

1. *Egorov I. V., Fedorov A. V., Novikov A. V., Chuvakov P. V. The Role of Receptivity in Prediction of High-Speed Laminar-Turbulent Transition // IUTAM Laminar-Turbulent Transition. Vol. 38 (9th IUTAM Symposium, London, UK, Sept. 2–6, 2019). — 2022. — P. 541–552. — (IUTAM bookseries).*
2. *Егоров И. В., Новиков А. В., Чуваков П. В. Численное моделирование развития турбулентных пятен в сверхзвуковом пограничном слое на пластине // Математическое моделирование. — 2022. — Т. 34, № 7. — С. 63–72.*
3. *Чуваков П. В., Погорелов И. О. Источники турбулентности на прямом крыле сверхзвукового пассажирского самолёта // Математическое моделирование. — 2022. — Т. 34, № 8. — С. 19–37.*
4. *Chuvakov P. V. Shock-Capturing Anomaly in the Interaction of Unsteady Disturbances with a Stationary Shock // AIAA Journal. — 2021. — May. — Vol. 59, no. 8. — P. 1–11.*
5. *Chuvakov P. V., Egorov I. V., Ilyukhin I. M., Obraz A. O., Fedorov A. V. Boundary-Layer Instabilities in Supersonic Expansion Corner Flows // AIAA Journal. — 2021. — Apr. — Vol. 59, no. 9. — P. 1–8.*

6. *Chuvakov P. V., Fedorov A. V., Obraz.* Stabilization of supersonic boundary layers in the presence of favorable pressure gradient // 32th Congress of the International Council of Aeronautical Sciences (ICAS-2020) (Shanghai, China, Sept. 6–10, 2021). — 2021. — Paper number: 2020\_0656.
7. *Chuvakov P. V., Fedorov A. V., Obraz A. O., Ilyukhin I. M.* Disturbance evolution over an unswept wing in a Mach 3 flow // AIP Conference Proceedings. Vol. 2351 (20th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR 2020), Novosibirsk, Russia, Nov. 1–7, 2020). — 2021. — Paper number: 030025.
8. *Chuvakov P. V., Fedorov A. V., Obraz A. O., Pogorelov I. O.* Mechanisms of natural laminar-turbulent transition on an unswept wing in supersonic flight // 32th Congress of the International Council of Aeronautical Sciences (ICAS-2020) (Shanghai, China, Sept. 6–10, 2021). — 2021. — Paper number: 2020\_0657.
9. *Chuvakov P. V., Fedorov A. V., Pogorelov I. O.* Numerical simulation of boundary layer receptivity to solid particulates near a blunt leading edge // AIP Conference Proceedings. Vol. 2351 (20th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR 2020), Novosibirsk, Russia, Nov. 1–7, 2020). — 2021. — Paper number: 030026.
10. Егоров И. В., Нгуен Н. К., Нгуен Т. Ш., Чуваков П. В. Моделирование ламинарно-турбулентного перехода с применением диссипативных численных схем // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2021. — Т. 61, № 2. — С. 268–280.
11. Чуваков П. В., Егоров И. В. Численное моделирование эволюции возмущений в сверхзвуковом пограничном слое над углом разрежения // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2021. — № 5. — С. 49–60.
12. *Chuvakov P. V., Radchenko V. N.* Effect of Görtler-like vortices of various intensity on heat transfer in supersonic compression corner flows // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2020. — Apr. — Vol. 150. — Paper number: 119310.
13. Василевский Э. Б., Ежов И. В., Чуваков П. В. Экспериментальное исследование встречного выдува газа в высокоскоростной поток через несимметричную щель в передней кромке острого клина // Ученые записки ЦАГИ. — 2020. — Т. 51, № 6. — С. 28–39.
14. Погорелов И. О., Чуваков П. В. Влияние энтропийного слоя на турбулизацию сверхзвукового пограничного слоя в следе за изолированными неровностями // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2020. — № 5. — С. 21–27.
15. Чуваков П. В. Энтропийный эффект при ламинарно-турбулентном переходе сверхзвукового пограничного слоя в следе за изолированной неровностью // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2020. — № 1. — С. 64–75.
16. *Chuvakov P. V., Fedorov A. V., Obraz A. O.* Numerical modelling of supersonic boundary-layer receptivity to solid particulates // Journal of Fluid Mechanics. — 2019. — Nov. — Vol. 859. — P. 949–971.

17. Александров С., Александрова Е., Боровой В. Я., Губернатенко А., Мошаров В. Е., Радченко В. Н., Скуратов А. С., Федоров А. В., Чуваков П. В. Влияние формы и толщины передней кромки пластины на ламинарно-турбулентный переход пограничного слоя в гиперзвуковом потоке // Ученые записки ЦАГИ. — 2019. — Т. 50, № 5. — С. 3-19.
18. Chuvakov P. V. Controlled experiment on isolated roughness-induced transition in sharp flat plate hypersonic flows // AIP Conference Proceedings. Vol. 2027 (19th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR 2018), Novosibirsk, Russia, Sept. 13-18, 2018). — 2018. — Paper number: 030160.
19. Chuvakov P. V. Entropy layer effect on roughness-induced laminar-turbulent transition in supersonic flat plate flow // 31th Congress of the International Council of Aeronautical Sciences (ICAS-2018) (Belo Horizonte, Brazil, Sept. 9-14, 2018). — 2018. — Paper number: 2018-0701.
20. Chuvakov P. V., Alexandrov S. V., Alexandrova E. A. Numerical comparison of steady disturbances in the wake of periodic blow-suction and roughness elements // 31th Congress of the International Council of Aeronautical Sciences (ICAS-2018) (Belo Horizonte, Brazil, Sept. 9-14, 2018). — 2018. — Paper number: 2018-0700.
21. Chuvakov P. V., Fedorov A. V., Obraz A. O. Numerical simulation of turbulent spots generated by unstable wave packets in a hypersonic boundary layer // Computers & Fluids. — 2018. — Jan. — Vol. 162. — P. 26-38.
22. Chuvakov P. V., Radchenko V. N., Alexandrova E. A., Borovoy V. Y. Effect of controlled periodic roughness on Goertler vortices in hypersonic compression ramp flow // 31th Congress of the International Council of Aeronautical Sciences (ICAS-2018) (Belo Horizonte, Brazil, Sept. 9-14, 2018). — 2018. — Paper number: 2018-0690.
23. Chuvakov P. V., Egorov I. V., Ezhov I. V., Novikov I. V., Vasilevskiy E. B. Tangential injection to a supersonic flow on a blunted nose // Progress in Flight Physics. Vol. 9 (6th European Conference for Aero-Space Sciences (EUCASS), Krakow, Poland, June 29-July 3, 2015). — 2017. — P. 265-282. — (EUCASS book series – Advances in AeroSpace Sciences).
24. Roghelia A., Chuvakov P. V., Olivier H., Egorov I. Experimental investigation of Goertler vortices in hypersonic ramp flows behind sharp and blunt leading edges // 47th AIAA Fluid Dynamics Conference (Denver, Colorado, USA, June 5, 2017-June 9, 2016). — 2017. — AIAA paper: 2017-3463.
25. Roghelia A., Olivier H., Egorov I., Chuvakov P. Correction to: Experimental investigation of Görtler vortices in hypersonic ramp flows // Experiments in Fluids. — 2017. — Nov. — Vol. 58, no. 12. — Paper number: 169.

26. *Roghelia A., Olivier H., Egorov I., Chuvakhov P.* Experimental investigation of Görtler vortices in hypersonic ramp flows // Experiments in Fluids. — 2017. — Vol. 58, no. 10. — Paper number: 139.
27. Чувахов П. В., Егоров И. В., Боровой В. Я., Радченко В. Н., Оливье Г., Рогхелия А. Влияние малого притупления на формирование вихрей Гёртлера при сверхзвуковом обтекании угла сжатия // ПМТФ. — 2017. — Т. 58, № 6. — С. 23–40.
28. *Chuvakhov P. V., Egorov I. V., Olivier H., Roghelia A.* Joint influence of high entropy layer and Goertler vortices on heat transfer in supersonic compression ramp flow // Computational Thermal Sciences: An International Journal. — 2016. — Vol. 8, no. 6. — P. 543–553.
29. *Chuvakhov P. V., Fedorov A. V.* Spontaneous radiation of sound by instability of a highly cooled hypersonic boundary layer // Journal of Fluid Mechanics. — 2016. — Vol. 805. — P. 188–206.
30. *Chuvakhov P. V., Fedorov A. V.* Spontaneous radiation of sound by instability of a highly cooled hypersonic boundary layer // 8th AIAA Flow Control Conference (Washington, D.C., USA, June 13–17, 2016). — 2016. — AIAA paper: 2016-4245.
31. *Chuvakhov P. V.* Investigation of heat flux and effusion / film cooling efficiency over sharp cone surface at high supersonic speeds // 29th Congress of the International Council of Aeronautical Sciences (ICAS-2014) (St. Petersburg, Russia, Sept. 7–12, 2014). — 2014. — Paper number: 2014\_0355.
32. *Chuvakhov P. V.* On a Riemann solver for three-dimensional RANS // Computational Thermal Sciences: An International Journal. — 2014. — Vol. 6, no. 5. — P. 369–381.
33. Чувахов П. В. Исследование эффективности заградительного охлаждения поверхности острого конуса при больших сверхзвуковых скоростях // Ученые записки ЦАГИ. — 2014. — Т. 45, № 1. — С. 41–56.
34. Чувахов П. В. Решение задачи Римана о распаде произвольного разрыва для уравнений Рейнольдса // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2014. — Т. 54, № 1. — С. 126–138.