

Русев Владимир Николаевич

**Модели и методы построения вероятностно-статистических
оценок для мониторинга показателей надёжности
в диспетчерском управлении транспортом газа**

Специальность 05.13.01 –
«Системный анализ, управление и обработка информации
(информационно-вычислительное обеспечение)»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Работа выполнена на кафедре высшей математики факультета Автоматики и вычислительной техники в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина»

Научный руководитель:

Григорьев Леонид Иванович,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой
«Автоматизированные системы управления»
факультета Автоматики и вычислительной техники
РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина

Официальные оппоненты:

Антонов Александр Владимирович,
доктор технических наук, профессор, декан
факультета кибернетики Обнинского государственного
технического университета атомной энергетики (ИАТЭ)

Зверкина Галина Александровна,
кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры «Прикладная математика – 1»
Института управления и информационных технологий
Российского университета транспорта (МИИТ)

Ведущая организация:

Бюджетное учреждение высшего образования Ханты-
Мансийского автономного округа – Югры
«Сургутский государственный университет»

Защита состоится «__» _____ 2019 года в __: __ на заседании диссертационного совета Д 002.073.04 при Федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН) по адресу: 117312, г. Москва, проспект 60-летия Октября, 9 (конференц-зал, 1-й этаж).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИЦ ИУ РАН по адресу: г. Москва, ул. Вавилова, д. 40.

Электронные версии диссертации и автореферата размещены на официальном сайте ФИЦ ИУ РАН <http://www.frccsc.ru/>.

Электронная версия автореферата отправлена для размещения на официальном сайте ВАК Министерства образования и науки РФ по адресу <http://vak.edu.gov.ru>.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба направлять по адресу: 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2, ученому секретарю диссертационного совета Д 002.073.04.

Автореферат разослан «__» _____ 2019 г.

Телефон для справок: +7 (499) 135-51-64.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 002.073.04,
д.т.н., профессор

Крутько В.Н.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Ключевыми позициями программы «Энергетическая стратегия России – 2030» являются обеспечение надёжности, промышленной и экологической безопасности, экономической эффективности транспортировки газа. Управление трубопроводными газотранспортными системами (ГТС), относящимися к технологически опасным объектам, осуществляется в рамках автоматизированных систем диспетчерского управления (АСДУ). Целью АСДУ является осуществление «бесперебойной и безопасной работы объектов систем газоснабжения» и «надёжное обеспечение газом потребителей различных категорий» (Федеральный закон № 69-ФЗ (ред. от 26.07.2017) «О газоснабжении в Российской Федерации», ст. №17 и ст. №32). За последние десятилетия АСДУ стали магистральным направлением развития АСУ технологическим процессом, в их развитии проявилась необходимость перехода на малолюдные технологии при управлении локальными объектами, усиливающаяся также тем, что многие газотранспортные объекты ПАО «Газпром», которой принадлежит ЕСГ России – крупнейшая в мире ГТС, – функционируют в трудных климатических условиях Крайнего Севера и Западной Сибири.

Безопасность и качество функционирования ГТС определяется, главным образом, надёжностью функционирования трубопроводной части и надёжностью работы газоперекачивающих агрегатов (ГПА) – технологически активных элементов магистральных газопроводов. ГПА относятся к установкам долговременного использования, однако отдельные элементы агрегатов могут иметь ограниченный ресурс. Эффективность функционирования ЕСГ РФ напрямую зависит от надёжности, особенностей условий эксплуатации и технического обслуживания парка ГПА. Процедуры поддержания ГПА в технически исправном состоянии включают наблюдение, проверку технического состояния, а также устранение технических неисправностей. При эксплуатации ГПА повышение надёжности достигается рациональной организацией системы технического обслуживания и ремонта, позволяющей сократить число аварийных отказов и убытков из-за их возникновения, продлить межремонтный период, уменьшить издержки на каждый плановый ремонт, оптимизировать длительность простоев и затраты на замену оборудования.

В этой связи возникает проблема оценки **показателей надёжности** и мониторинга состояния технологического оборудования для управления техническим состоянием и **целостностью** ГТС. За последние годы объём доступной статистической информацией об отказах существенно снизился, а цена последствий отказов (техногенные катастрофы) значительно возросла. Имеются трудности с определением также и того, какой параметр следует оценивать: интенсивность отказов, как показатель надёжности неремонтопригодных (невосстанавливаемых) элементов, или параметр потока отказов, характеризующий функционирование ремонтпригодных (восстанавливаемых) элементов. В новых реалиях сложные объекты исследований трудно причислить только к одному или другому типу. В частности, для случая ГПА и САУ ГПА объекты с точки зрения аварийных остановов (которые, несомненно, являются отказами) можно рассматривать с двоякой позиции: как восстанавливаемые, так и невосстанавливаемые.

Степень разработанности темы исследования. В ходе работы был изучен и проанализирован вклад отечественных и зарубежных учёных в научных дисциплинах, связанных с темой диссертационного исследования. **По классической и современной теории надёжности:** Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д., Барлоу Р., Прошан Ф., Шеннон К., Каштанов В. А., Кордонский Х.Б., Герцбах И.Б., Половко А.М., Дружинин Г.В., Ушаков И.А., Антонов А.В., Викторова В.С., Никулин М.С., Острейковский В.А., Рыков В.В., Сотсков Б.С., Степанянц А.С., Сухарев М.Г. и др.; **по модели Гнеденко-Вейбулла в теории восстановления:** Гнеденко Б.В., Weibull W., Cox D.R., Smith W.L., Constantine A.G., Leadbetter

M.R., Xie M., Elsayed E.A.; по статистическим методам и моделированию управляемых стохастических систем: С.В. Емельянов, В.С. Пугачев, И.Н. Сеницын и др.; по АСДУ трубопроводным транспортом газа и мониторингу надёжности: Берман Р.Я., Григорьев Л.И., Дейнеко С.В., Костогрызов А.И., Панкратов В.С., Сарданашвили С.А., Ставровский Е.Р., Степанян А.А., Стёпин Ю.П., Сухарев М.Г., Трахтенгерц Э.А., Харионовский В.В и др.

Проведённый анализ показал, что для решения задачи, состоящей в разработке вероятностных моделей и методов статистических оценок и мониторинга надёжности технологически активных элементов ГТС, в качестве отправной точки в моделировании распределения времени между отказами целесообразно воспользоваться распределением Гнеденко-Вейбулла (в зарубежной литературе используемое под названием распределения Вейбулла). Оно позволяет достаточно гибко моделировать все этапы жизненного цикла функционирования объектов в терминах интенсивности отказов (как основного и наглядного показателя надёжности «в моменте»), а также удобно описывать процессы деградации, старения. Указанные рекомендации отражены в **ГОСТ Р 27.606 – 2013** «Надёжность в технике. Управление надёжностью. Техническое обслуживание, ориентированное на безотказность»: «Планово - профилактические ремонты или замены полезны в случаях, когда отказы одной или нескольких ключевых составных частей изделия имеют чётко выраженный износый и/или усталостный характер, что соответствует описанию вероятности подобных отказов двухпараметрическим распределением Вейбулла. Зная параметры формы и масштаба этого распределения, можно установить рациональные значения периодичности профилактического обслуживания или замен этих составных частей». Применимость распределения Вейбулла также прописана в **ГОСТ Р 27.301-2011** «Надёжность в технике. Управление надёжностью. Техника анализа безотказности. Основные положения».

В диссертационной работе ставится проблема разработки методов и моделей статистического анализа для оценки различных показателей надёжности на основе распределения Гнеденко-Вейбулла с целью их мониторинга и прогнозирования возникновения отказа (аварийного останова в случае ГПА) в будущем. Указанная разработка должна быть осуществлена не только с позиций теории надёжности, которая является **инженерной** дисциплиной, изучающей объект на основании его «истории болезни», но и с точки зрения **системного** подхода к анализу, управлению и обработке информации.

Инженерный подход подразумевает простоту и оперативность обработки эксплуатационных данных, ясного понимания сути процессов в условиях современного этапа научно-технической революции, характеризующегося ускоренным развитием информационных технологий, быстрым обновлением производства, возникновением и массовым распространением новых технических устройств. В условиях, когда перед инженером ежедневно встают сложные производственные проблемы, требующие оперативных решений, необходимы **простые модели и методы**, которые бы позволяли на основе как большого, так и малого количества статистической информации делать **оценки**, проводить текущий контроль **надёжности** функционирования систем и аргументировано утверждать, когда необходимо менять то или иное оборудование, которое со временем устаревает.

Системный метод исследований и анализа представляет собой интенсивно развивающуюся область научной деятельности, в которой весьма результативно проявляются интегративные тенденции в науке и реализуется современная форма синтеза научных знаний. Одним из теоретических фундаментов, на который опирается системный анализ, является **теория надёжности**.

Целью диссертационной работы является разработка вероятностно-статистических **моделей** для оценки показателей надёжности ГПА, прогнозирования начала деградационных процессов и комплексной методики анализа эксплуатационной текущей информации в рамках функционирования АСДУ транспортом природного газа. Формирование расчётных оценок

показателей надёжности осуществляется на основе компьютерных методов обработки ретроспективной и текущей эксплуатационной информации в формате управления целостностью и техническим состоянием системы транспорта газа.

Для решения поставленной проблемы необходимо рассмотреть следующие взаимосвязанные между собой **задачи**:

- теоретическое исследование фундаментальных числовых характеристик распределения Гнеденко-Вейбулла на предмет получения моделей (эффективных расчётных процедур для их вычисления);
- аналитическое представление средней остаточной наработки и её дисперсии для модели Гнеденко-Вейбулла распределения отказов ГПА и САУ ГПА;
- разработка аналитического и численного методов решения интегрального уравнения восстановления для рекуррентного потока отказов в модели Гнеденко-Вейбулла;
- формирование методики обработки статистических данных об отказах технологически активных элементов (приведших к аварийному останову) для реализации мониторинга показателей надёжности.

Основным объектом диссертации являются ГПА, являющиеся фундаментальными элементами ГТС, а также САУ ГПА, которые можно считать неотъемлемой частью ГПА.

В качестве **теоретического аппарата** для исследования применяются: методы математической теории надёжности и теории вероятностей; асимптотические методы анализа; методы операционного исчисления; методы теории интегральных уравнений Вольтерра второго рода с разностным ядром типа свёртки; методы численного анализа и компьютерного моделирования.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Диссертационное исследование соответствует паспорту специальности ВАК РФ 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации (информационно-вычислительное обеспечение)» в области исследований:

П.3. Разработка критериев и моделей описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации.

П.5. Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации.

П.11. Методы и алгоритмы прогнозирования и оценки эффективности, качества и надёжности сложных систем.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем. Для случая рекуррентного потока отказов при мгновенном восстановлении с законом распределения Гнеденко-Вейбулла времени работы между отказами:

1. Получено аналитическое разложение в ряд вида Грама–Шарлье параметра потока отказов и функции восстановления в терминах вероятностных моментов при значениях параметра формы, характерных для заключительного этапа жизненного цикла эксплуатации объектов ГТС. В связи с чем рассмотрена проблема моментов Чебышёва-Маркова-Стилтьеса для распределения Гнеденко-Вейбулла.

2. Предложен аналитический метод получения асимптотического решения уравнения восстановления для произвольного распределения при выполнении определенного набора условий.

3. Найдено обобщённое степенное разложение (с указанием оценки погрешности для приближенных вычислений) и асимптотическое представление средней остаточной наработки до отказа, а также её дисперсии и коэффициента вариации.

4. Получена формула, позволяющая прогнозировать момент наступления очередного будущего отказа, что означает вхождение в зону деградиационных процессов.

5. Проведён асимптотический анализ математического ожидания, дисперсии и коэффициента вариации. Рассмотрена нормальная аппроксимация распределения Гнеденко-Вейбулла, позволяющая установить границы применимости рассматриваемого распределения на практике.

Личный вклад. Все пункты, перечисленные в разделе о научной новизне диссертационной работы, были получены автором.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Формула для нахождения прогнозного момента времени начала деградационных процессов при эксплуатации активных элементов газотранспортных систем, в частности ГПА и САУ ГПА, в предположении, что распределение времени между отказами подчиняется двухпараметрическому распределению Гнеденко-Вейбулла.

2. Комплексная методика по статистической обработке эксплуатационных данных об отказах технологически активных элементов ГТС, приведших к аварийному останову, для реализации системного мониторинга показателей надёжности.

3. Аналитическое представление параметра потока отказов и функции восстановления в предположении, что время безотказной работы объектов системы в процессе деградации описывается с помощью двухпараметрического закона распределения Гнеденко-Вейбулла.

4. Алгоритмически реализованные рекуррентные формулы для быстрых и высокоэффективных численных расчётов в случае приближенного решения уравнения восстановления для потока Гнеденко-Вейбулла.

5. Аналитические разложения функции математического ожидания и дисперсии остаточной наработки до отказа для модели Гнеденко-Вейбулла распределения отказов.

Практическая значимость работы. Рассматриваемые модели процесса потока отказов, параметры которого изменяются во времени, доведены до уровня **алгоритмов и программ** в мощной по своей функциональности (по вычислительным и графическим возможностям) системе компьютерной математики **Wolfram Mathematica** (www.wolfram.com), что позволило визуализировать свойства моделей, дополнить содержательный анализ процессов и получить новую информацию о них.

По материалам исследований диссертации было издано учебно-методическое пособие «Стохастическое моделирование (Специальные главы теории вероятностей)», на базе которого читается бакалаврский курс «Теория вероятностей (дополнительные главы)» по профилю **«Информационно-измерительная техника и технологии»** на факультете автоматики и вычислительной техники РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина.

Теоретические результаты диссертационной работы используются в учебном процессе кафедры «Автоматизированные системы управления» факультета автоматики и вычислительной техники РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина в рамках курсов **«Мониторинг надёжности АСДУ»**, а также в процессе дипломного проектирования и подготовки работ по магистерской программе **«Автоматизированные системы диспетчерского управления в нефтегазовом комплексе»**.

Также получен акт о внедрении результатов диссертации в ООО «Шлангенз» (г. Великий Новгород) при прогнозировании работоспособности как отдельных элементов, так и остаточного ресурса технических систем в целом (на примере компрессорных установок).

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях: IX Международная научная конференция «Стандартизация, сертификация, обеспечение эффективности, качества и безопасности информационных технологий» (ИТ-Стандарт 2019), Москва, **2019**; международная конференция «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения – V–VIII», Ростов-на-Дону, **2015–2018** гг.; Всероссийская научно-техническая конференция «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России», Москва, **2010, 2012, 2014, 2016, 2018** гг.; Международная конференция «Аналитические и вычислительные методы в теории

вероятностей и её приложениях — АВМТВ 2017», Москва, **2017**; Всероссийская конференция молодых учёных, специалистов и студентов «Новые технологии в газовой промышленности (газ, нефть, энергетика)», Москва, **2013**; Международная научно-техническая конференция молодых учёных и специалистов «Системные проблемы надёжности, качества, информационно-телекоммуникационных и электронных технологий в инновационных проектах (Инноватика – 2011)», Сочи, **2011**.

В полном объёме диссертационная работа была представлена и обсуждена на научных семинарах кафедр Автоматизированных систем управления и Высшей математики Российского государственного университета нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина.

Публикации. По результатам научных исследований выполнено **25** публикаций, в том числе **8** работ в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ. **Две** статьи опубликованы без соавторов. **Две** статьи вышли в зарубежных рецензируемых научно-технических журналах.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, трёх глав и заключения, изложена на 140 страницах основного текста и 40 страниц приложений; содержит 4 таблицы, 29 рисунков, список литературы из 153 наименований и 6 приложений.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и поставлены основные задачи исследования, представлены результаты, составляющие научную новизну. Актуальность темы диктуется как практическими потребностями транспорта основного топлива газовой отрасли, так и необходимостью дальнейшего развития теории надёжности системы транспорта газа в условиях возрастающих требований к безопасности и надёжности эксплуатации указанных систем и их объектов.

В первой главе приводится анализ структуры ГТС (в рамках ПАО «Газпром»), являющейся основообразующим компонентом ЕСГ РФ с техническим обзором объектов диссертационного исследования; проведён обзор и анализ имеющейся классической и современной литературы по тематике диссертации; рассмотрены этапы развития теории надёжности как науки; представлен анализ мониторинговых систем надёжности АСДУ транспортом природного газа.

ПАО «Газпром» располагает **крупнейшей в мире** газотранспортной системой. Её основная часть входит в состав ЕСГ России, которая представляет собой уникальный технологический комплекс, включающий в себя объекты добычи, переработки, транспортировки, хранения и распределения газа в европейской части России и Западной Сибири и обеспечивающий непрерывный цикл поставки газа от скважины до конечного потребителя. Благодаря централизованному управлению, большой разветвленности и наличию параллельных маршрутов транспортировки, ЕСГ обладает существенным запасом надёжности и способна обеспечивать бесперебойные поставки газа даже при пиковых сезонных нагрузках. Общая протяжённость газотранспортной системы на территории России составляет 172,1 тыс. км. В транспортировке газа используются более 250 компрессорных станций с общей мощностью ГПА 46,7 тыс. МВт. Парк ГПА составляет около 4600 единиц, из которых больше **половины** на 2017 г. уже выработали установленный ресурс.

ГПА являются основными технологическими объектами системы магистрального транспорта газа. По типу привода они делятся на газотурбинные, электроприводные и

газомотокомпрессорные. Различают следующие типы отказов ГПА: механические отказы, отказы системы электроснабжения и отказы системы автоматики.

Особую роль в управлении транспортом газа играют АСДУ, которые обеспечивает диспетчера информацией, необходимой для выработки управляющего воздействия, оставляя за ним функции принятия решений. «АСДУ – это система управления технологическим процессом, интегрирующая на автоматизированном рабочем месте диспетчера профессиональные знания диспетчера с **информационно-управляющей системой**, обеспечивающей автоматический сбор, передачу и отображение информации, а также автоматизирующей все требуемые **расчётные процедуры** и выполнение управляющих воздействий для достижения поставленной цели в соответствии с заданными критериями». Начиная с 1960-х гг. происходит расширенное формирование критериев на основе многофакторного подхода: от экономических и экологических показателей, в рамках развития **проблем надёжности** и качества, до вопросов безопасности, обострившихся в XXI веке. Эволюция критериев, всесторонне характеризующих функционирование АСДУ ЕСГ, приведена на Рисунке 1. Возникновению АСДУ ЕСГ как системы предшествовал ряд этапов развития, непосредственно связанных с развитием информационных технологий. В настоящее время, совершенно очевидно, необходимо уделять особое внимание созданию современного отечественного программного комплекса моделирования на основе научных исследований. Следовательно, можно говорить об **инновационном характере** развития АСДУ.

Некоторые характеристики АСДУ

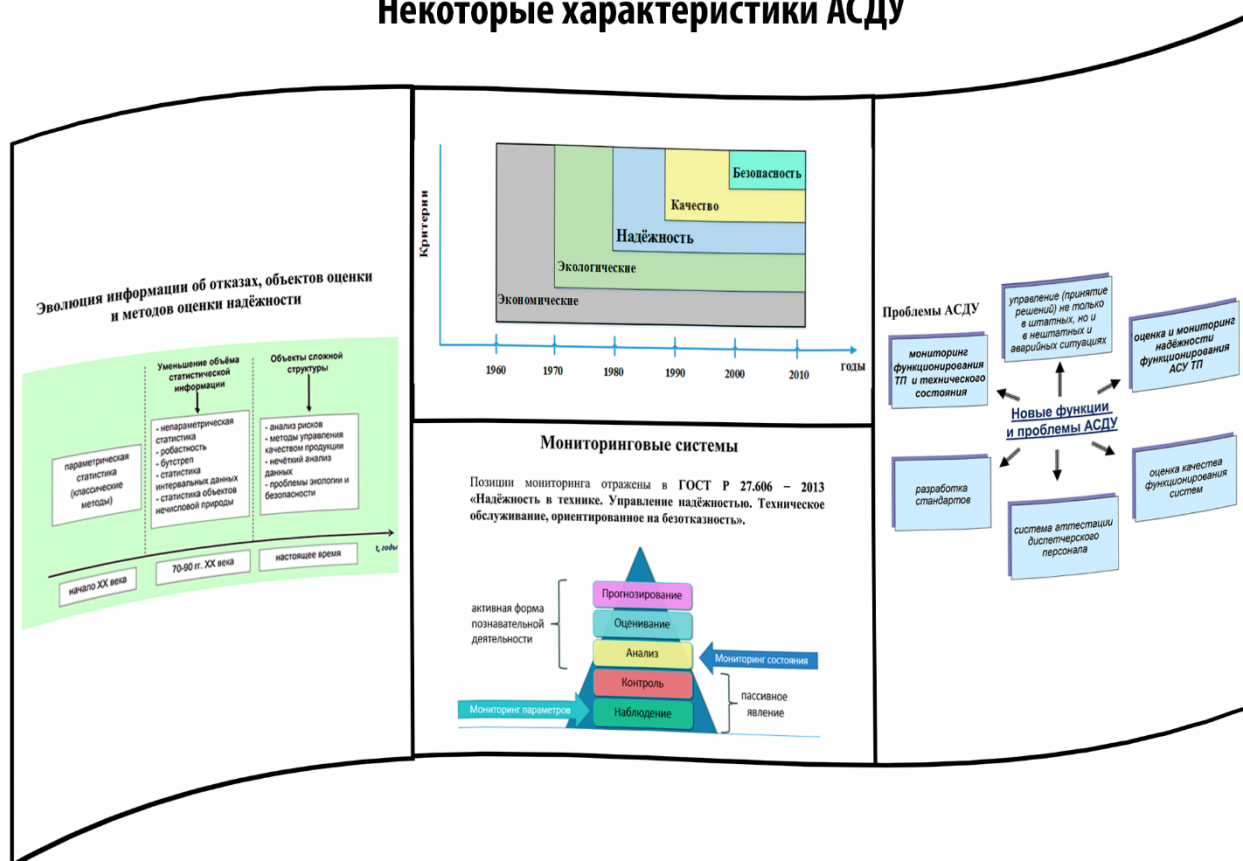


Рисунок 1. АСДУ: проблемы, критерии, анализ информации

Руководствуясь гениальным афоризмом Д.И. Менделеева: «Знание истории предмета необходимо для правильного движения вперёд», в работе прослеживается история развития теории надёжности, сравнительно молодой для науки дисциплины. Рассмотрены **три** периода формирования теории надёжности и отмечен существенно новый этап в её развитии. Представлен современный взгляд на статистическую обработку фрагментарных данных малого объема, позволяющий переосмыслить классические аспекты методов математической статистики. Рассмотрены главные количественные показатели надёжности, принятые в газовой отрасли промышленности, необходимые для обоснования нового типа технических систем, а именно мониторинговых систем, представляющий собой ведущее звено интеграционных процессов АСУ ТП.

Мониторинг появился в технических системах управления как постоянный (периодический) контроль определенных параметров, которые должны сохраняться в заданных пределах и поэтому мониторинг был пассивным явлением. Однако, развиваясь, мониторинг постепенно стал применяться для целей отслеживания, анализа и прогнозирования текущего состояния экономических, социальных и других объектов, тенденций их развития. В итоге мониторинг превратился в активную форму познавательной деятельности, специфическим средством управления, способом контроля и анализа ситуации, а также фактором снижения рисков при осуществлении управления.

Система мониторинга является сложной комплексной системой, которая выполняет функции наблюдения, контроля, анализа, оценки и прогнозирования состояний, процессов и других явлений, возникающих в результате технологических процессов в АСДУ с объектами мониторинга, и **представляет собой** связующее звено между двумя технологиями АСУ ТП: малолюдными автоматическими технологиями и комплексом АСДУ. Переход к малолюдным технологиям требует выполнения функции текущего контроля над объектами, работающими в автоматическом режиме. Зачастую это технологически опасные объекты, при работе с которыми требуется осуществлять оценки показателей надёжности, качества функционирования и рисков с целью обеспечения безопасности и надёжности управления технологическими процессами.

Современные позиции по мониторингу отражены в **ГОСТ Р 27.606 – 2013** «Надёжность в технике. Управление надёжностью. Техническое обслуживание, ориентированное на безотказность» и **ГОСТ Р 53564 – 2009** «Контроль состояния и диагностика машин. Мониторинг состояния оборудования опасных производств. Требования к системам мониторинга».

Во второй главе изложены основные научные положения диссертации, а именно: осуществлено теоретическое изучение распределения **Гнеденко-Вейбулла** с помощью асимптотических и вероятностно-статистических методов, а также компьютерного моделирования в среде **Mathematica**.

Впервые в технических приложениях двухпараметрическое распределение, которое будем обозначать как $GW(\alpha, \beta)$, описываемое функцией распределения,

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-(\alpha t)^\beta}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1)$$

где $\alpha > 0$ – параметр масштаба, а $\beta > 0$ – параметр формы, и функцией плотности: (см. Рисунок 2):

$$f(t) = \begin{cases} \alpha^\beta \beta t^{\beta-1} e^{-(\alpha t)^\beta}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

было предложено в работе шведского физика В. Вейбулла ещё в 1939 г. для описания распределения прочности материалов, без всякого математического обоснования из чисто

эвристических соображений. Математический механизм возникновения и значение данного распределения роль в теории надежности было показано российским математиком Б.В. Гнеденко в работе 1941 г., где он дал теоретическое обоснование указанного распределения.

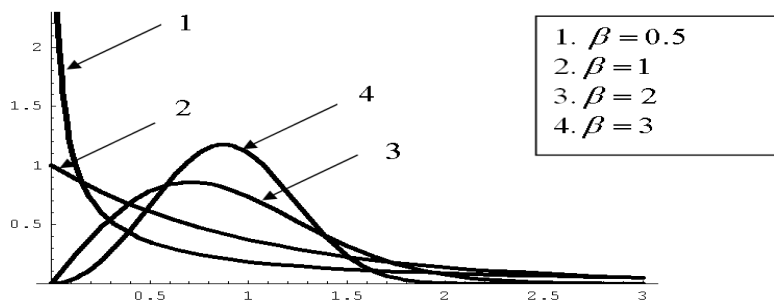


Рисунок 2. Формы кривой плотности распределения Гнеденко-Вейбулла для некоторых значений параметров β (при $\alpha = 0,5$).

В современной литературе данное распределение нашло широкое применение, в связи с его универсальностью и гибкостью в приложениях. Целый ряд распределений является частным случаем распределения Гнеденко-Вейбулла: при значении параметра формы $\beta = 1$ оно является показательным распределением; при $\beta = 2$ оно совпадает с распределением Рэлея; начиная с значений $\beta > 2$ распределение Гнеденко-Вейбулла позволяет аппроксимировать лог-нормальное распределение; если же $\beta > 3,35$, то данное распределение служит достаточно хорошим приближением для нормального распределения.

Математическое ожидание $M\xi$, дисперсия $D\xi$ и коэффициент вариации $C_v\xi$ случайной величины $\xi \sim GW(\alpha, \beta)$, равны, соответственно:

$$M\xi = \frac{1}{\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right), \quad D\xi = \frac{1}{\alpha^2} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right], \quad C_v\xi = \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) / \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) - 1},$$

где $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} z^{x-1} e^{-z} dz$ — гамма-функция Эйлера.

Коэффициент вариации $C_v\xi$ является безразмерной величиной, содержащей только параметр β . Значит, коэффициент вариации можно использовать в качестве универсальной количественной оценки распределения в виде критерия подобию.

С целью получения аппроксимирующих формул математического ожидания, дисперсии и коэффициента вариации для дальнейшей разработки расчётных процедур оценок показателей надёжности технологически активных элементов ГТС в модели отказов Гнеденко-Вейбулла был проведен асимптотический анализ фундаментальных числовых характеристик данного распределения.

Важнейшие числовые характеристики случайной величины $GW(\alpha, \beta)$ включают в себя комбинации гамма-функции, значения которой табулированы в справочных таблицах, и требуют достаточно трудоемких вычислений. В результате исследования числовых характеристик распределения Гнеденко-Вейбулла методами асимптотического анализа и теории рядов были получены их различные функционально-степенные разложения, выполняющихся при $\beta \rightarrow \infty$, в частности, для математического ожидания:

$$M\xi = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{\gamma}{\beta}} \left[1 + \frac{\zeta(2)}{2\beta^2} - \frac{\zeta(3)}{3\beta^3} + \left(\zeta(4) + \frac{\zeta^2(2)}{2} \right) \frac{1}{4\beta^4} + o\left(\frac{1}{\beta^4}\right) \right], \quad (2)$$

для дисперсии:

$$D\xi = \frac{1}{\alpha^2} e^{-\frac{2\gamma}{\beta}} \left[\frac{\zeta(2)}{\beta^2} - \frac{2\zeta(3)}{\beta^3} + \frac{7\zeta(4) + 3\zeta^2(2)}{2} \frac{1}{\beta^4} + o\left(\frac{1}{\beta^4}\right) \right], \quad (3)$$

для коэффициента вариации:

$$C_v\xi = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{\pi}{\beta} - \frac{6\zeta(3)}{\pi} \frac{1}{\beta^2} + \frac{21\zeta(4) + 3\zeta^2(2)}{2\pi} \frac{1}{\beta^3} + o\left(\frac{1}{\beta^3}\right) \right], \quad (4)$$

где $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^s}$ – дзета-функция Римана, $\gamma = 0,5772\dots$ – постоянная Эйлера-Маскерони.

Предложены аппроксимирующие формулы для нахождения вышеперечисленных характеристик при значениях $\beta > 3$ с приемлемыми относительными погрешностями: для $\alpha \cdot M\xi$ меньше 5% уже при $\beta \geq 1,6$, а для $C_v\xi$ меньше 5% при $\beta \geq 2,5$.

Для **ускоренных расчётов** дисперсии и коэффициента вариации $\xi \sim GW(\alpha, \beta)$, были получены следующие приближенные формулы:

$$M\xi \approx \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{\gamma}{\beta}} \left[1 + \frac{\pi^2}{12\beta^2} \right], \quad D\xi \approx \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{\beta^{2,61}}, \quad C_v\xi \approx \frac{1}{\beta^{0,934}}. \quad (5)$$

Абсолютная погрешность формулы для $M\xi$ относительно параметра β не превышает 3% при $\beta > 1$ и она уже меньше 1,5% при $\beta > 2$; для $D\xi$ (относительно параметра β) не превышает 2% при $\beta > 1,5$; для $C_v\xi$ – не превышает 3% при $\beta > 2$. Данные соотношения могут быть использованы для **инженерного экспресс-анализа**.

В диссертации представлено обоснование актуальности модели Гнеденко-Вейбулла распределения отказов технологически активных элементов ГТС как с позиций жизненного цикла функционирования объектов, так и с точки зрения использования данной модели в описании процессов деградации. Распределение Гнеденко-Вейбулла занимает важное место среди распределений времени безотказной работы систем, состоящих из групп большого числа элементов, отказы которых происходят взаимно независимо, так что отказ любого из элементов приводит к отказу всей системы (принцип «слабейшего звена»). Уникальность распределения Гнеденко-Вейбулла состоит в том, что оно позволяет охватить весь жизненный цикл функционирования исследуемых на надёжность технологических объектов ГТС, что делает его автоматически одним из ключевых распределений в теории надёжности.

По результатам многих экспериментальных исследований обнаружено, что типичная кривая интенсивности отказов обычно имеет U-образный вид, при этом выделяют **три** основных периода жизненного цикла: приработки (I), нормальной работы (II) и деградации (III) (см. Рис. 3). Распределение Гнеденко-Вейбулла $GW(\alpha, \beta)$ позволяет аппроксимировать экспериментальную кривую интенсивности отказов на каждом из основных периодов функционирования системы. В частности, период приработки отвечает распределению Гнеденко-Вейбулла с параметром $\beta \in (0; 1)$; период нормальной эксплуатации – с параметром $\beta \approx 1$ и период старения – с параметром $\beta > 2$ (в этом случае кривая интенсивности отказов выпукла вниз). Это следует из исследования функциональной зависимости от параметров α и β интенсивности отказов $\lambda(t)$, имеющей вид:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = (\alpha t)^\beta \cdot \beta \cdot t^{-1}.$$

Отметим, также, что для периода деградации при $\beta > 2$ целесообразно пользоваться полученными выше аппроксимирующими формулами.

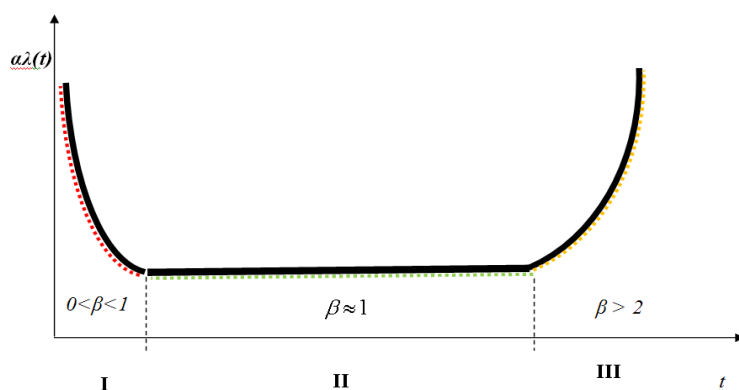


Рисунок 3. Аппроксимация кривой интенсивности отказов в модели Гнеденко-Вейбулла.

Заметим, что при переходе от II к III этапу функционирования системы значение параметра формы β меняется скачкообразно от 1 до значения больше 2. Разрыв между численными значениями коэффициента β , очевидно, объясняется тем, что, практически, деградация как эволюционный процесс является непрерывным, а его возникновение происходит не дискретно, а непрерывно. Таким образом уже на участке нормальной работы ближе к началу третьего этапа, начинается процесс деградации, то есть, этап нормальной эксплуатации переходит сначала в преддеградационное состояние (Рис. 4).

Подчеркнем, что параметр формы распределения Гнеденко-Вейбулла является естественной и удобной характеристикой деградационных процессов и может выступать в качестве своеобразной скорости деградации. В случае $\beta > 2$ кривая интенсивности отказов является строго монотонно возрастающей функцией с выпуклостью, направленной вниз.

Главной проблемой в решении подобных задач является определение глобального критического значения, при котором можно считать, что оборудование перешло из периода нормальной эксплуатации в период деградации или старения, когда интервалы между соседними отказами начинают уже сокращаться. Более актуальна задача нахождения локального прогнозного момента времени t_{crit} наступления следующего отказа активных элементов ГТС, что означает начало деградационных процессов при их функционировании.

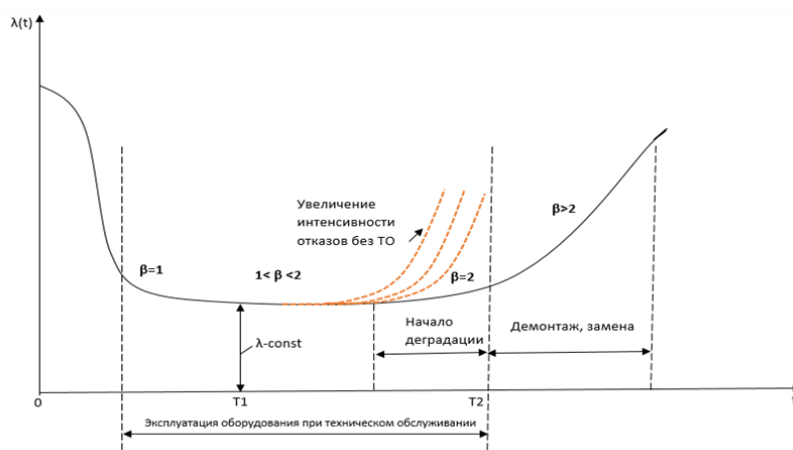


Рисунок 4. Интенсивность отказов и граничные значения интервалов для параметра β

В результате теоретического исследования функции плотности распределения Гнеденко-Вейбулла ($GW(\alpha, \beta)$) получена формула для нахождения такого момента:

$$t_{crit} = \alpha^{-\frac{1}{\beta}} \left(\frac{3(\beta-1) - \sqrt{5\beta^2 - 6\beta + 1}}{2\beta} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (6)$$

Это точка первого перегиба (из двух возможных, возникающих только при $\beta > 2$) у кривой плотности распределения Гнеденко-Вейбулла. Отметим ряд соотношений, характеризующих процессы деградации с позиций $GW(\alpha, \beta)$, в том случае, когда $\beta > 2$:

$$t_{crit} < \alpha^{-\frac{1}{\beta}}, \quad \lambda(t_{crit}) < \beta \cdot \alpha^{\frac{1}{\beta}-2} \quad (7)$$

В работе проведен анализ ключевых показателей надёжности неремонтируемых и ремонтируемых объектов ГТС в терминах распределения Гнеденко-Вейбулла. В рамках традиционных параметрических моделей надёжности предпочитают иметь дело с функцией интенсивности отказов, которую принято обозначать $\lambda(t)$, и, которую можно построить на основании экспериментальных данных об отказах, учитывая теоретические соображения. По известной интенсивности $\lambda(t)$ также несложно оценить остальные показатели надёжности. Интенсивность отказов, как количественная характеристика надёжности, позволяет наглядно описывать **все** этапы жизненного цикла функционирования объекта. Заметим, что интенсивность отказов рассматривают только в том случае, когда оборудование относится к невосстанавливаемым объектам, в отличие от восстанавливаемых. Однако деление изделий на восстанавливаемые и невосстанавливаемые часто зависит и от условий их эксплуатации, и от ремонта. Иногда оборудование, состоящее из многих деталей и сборочных единиц, которое в общем случае подлежит восстановлению после отказа путем ремонтов и замен отказавших деталей, целесообразно рассматривать как изделие однократного использования, т.е. невосстанавливаемое. Наиболее полную информацию о безотказности восстанавливаемых изделий содержит показатель $\omega(t)$ – **параметр потока отказов** (относительная скорость возникновения устранимых отказов в технической системе), подробному изучению которого посвящена **третья** глава. Отметим, что сопоставлению указанных выше критериев надёжности посвящен **ГОСТ Р МЭК 61650-2007** «Надёжность в технике. Методы сравнения постоянных интенсивностей отказов и параметров потока отказов».

Существует еще одна важная характеристика надёжности – средняя остаточная наработка до отказа (остаточное время жизни), как функция от времени, которую можно рассматривать в качестве меры процессов старения в приложениях теории надёжности, и, с помощью которой можно однозначно задать распределение наработки до отказа.

Пусть T обозначает случайную величину, равную времени безотказной работы элемента. По определению **функция средней остаточной наработки (математическое ожидание остатка долговечности)** до отказа $\mu(t)$ определяется следующим образом:

$$\mu(t) = M(T - t | T > t) = \frac{\int_t^{+\infty} (1 - F(x)) dx}{1 - F(t)} = \frac{\int_t^{+\infty} x f(x) dx}{1 - F(t)} - t$$

Теоретические свойства ее были рассмотрены **Коксом** в **1962**. Подробный анализ и значимость средней остаточной наработки до отказа указана **Герцбахом, Кордонским (1969)**. Функция $\lambda(t)$ имеет очевидный наглядный смысл, но статистическое оценивание $\lambda(t)$ весьма

нестабильно, неустойчиво. Информация, содержащаяся в $\mu(t)$ более надёжная, так как статистические свойства оцениваемых средних намного устойчивее и стабильнее, чем их производные характеристики, к которым относится $\lambda(t)$.

В диссертационной работе получены аналитическое представление и асимптотическое разложение для средней остаточной наработки до отказа в том случае, когда время безотказной работы элемента подчинено двухпараметрическому закону распределения Гнеденко-Вейбулла $GW(\alpha, \beta)$ (1). Было показано, что

$$\mu(t) = e^{(\alpha t)^\beta} \left[\frac{1}{\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) - t e^{-(\alpha t)^\beta} {}_1F_1\left(1; 1 + \frac{1}{\beta}; (\alpha t)^\beta\right) \right], \quad (8)$$

где

$${}_1F_1(\rho; \tau; x) = 1 + \sum_{k=1}^{+\infty} \prod_{l=0}^{k-1} \frac{\rho + l}{(1 + l)(\tau + l)} x^k = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(\rho)} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\Gamma(\rho + k)}{\Gamma(\tau + k) k!} x^k, \quad \forall \rho \in \mathbb{R}, \forall \tau \in \mathbb{R}, \tau \neq 0, -1, -2, \dots$$

есть вырожденная гипергеометрическая 1-го рода функция (Куммера-Похгаммера), которая относится к классу специальных функций.

Также получено аналитическое разложение для $\mu(t)$:

$$\mu(t) = \frac{1}{\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(\alpha t)^{\beta k}}{k!} \left(1 - \frac{\alpha \cdot t \cdot k!}{\Gamma\left(k + 1 + \frac{1}{\beta}\right)} \right),$$

с указанием оценки остаточного члена:

$$\left| \sum_{k=N-1}^{+\infty} \frac{(\alpha t)^{\beta k}}{k!} \left(1 - \frac{\alpha \cdot t \cdot k!}{\Gamma\left(k + 1 + \frac{1}{\beta}\right)} \right) \right| \leq \alpha \frac{(\alpha t)^{\beta N}}{N!} \frac{(N+1)[\alpha + t]}{N+1 - (\alpha t)^\beta}, \quad N+1 > (\alpha t)^\beta, \quad (9)$$

Было установлено асимптотическое представление для $\mu(t)$ ($t \rightarrow \infty$):

$$\mu(t) \propto \frac{1}{\alpha \beta} t^{1-\beta} \left(1 + \frac{1-\beta}{\alpha \beta} \frac{1}{t^\beta} + \frac{(1-\beta)(1-2\beta)}{(\alpha \beta)^2} \frac{1}{t^{2\beta}} + \frac{(1-\beta)(1-2\beta)(1-3\beta)}{(\alpha \beta)^3} \frac{1}{t^{3\beta}} + \dots \right) \quad (10)$$

Кроме того, была изучена дисперсия остаточной наработки. Предложена формула для её нахождения:

$$\sigma^2(t) = 2e^{(\alpha t)^\beta} \frac{1}{\alpha^2 \beta} \Gamma\left(\frac{2}{\beta}, (\alpha t)^\beta\right) - 2t\mu(t) - \mu^2(t) \quad (11)$$

В случае деградационных процессов ($\beta > 1$) выявлено разложение:

$$\sigma^2(t) = \frac{1}{\beta^2 \alpha^{2\beta} t^{2(\beta-1)}} \left[1 + \frac{4(1-\beta)}{\beta(\alpha t)^\beta} + \frac{2(1-\beta)(3-5\beta)}{\beta^2 (\alpha t)^{2\beta}} \right] + O\left(\frac{1}{t^{3\beta-2}}\right), \quad (t \rightarrow \infty). \quad (12)$$

В диссертационной работе была рассмотрена проблема нормальной аппроксимации распределения Гнеденко-Вейбулла, имеющая прикладной интерес, и, которая впервые была подробно рассмотрена в работе **Dubey (1967)**, продолжена в работах **Makino (1984)** и **Cui, Xie (2003)**. Предложена явная связь между параметрами распределений Гнеденко-Вейбулла и Гаусса. Эмпирическим путем в пакете Mathematica было установлено, что распределение Гнеденко-Вейбулла с заданными математическим ожиданием $M\xi$ и дисперсией $D\xi$ удовлетворительно аппроксимируется нормальным законом распределения $N(a, \sigma^2)$ со средним $a = M\xi$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \sqrt{D\xi}$. Указанная аппроксимация имеет ограничение на значения параметра формы: $3,25 \leq \beta \leq 5$ (см. Рис. 5). Найденная аппроксимация улучшает результаты **Dubey** и **Cui, Xie**.

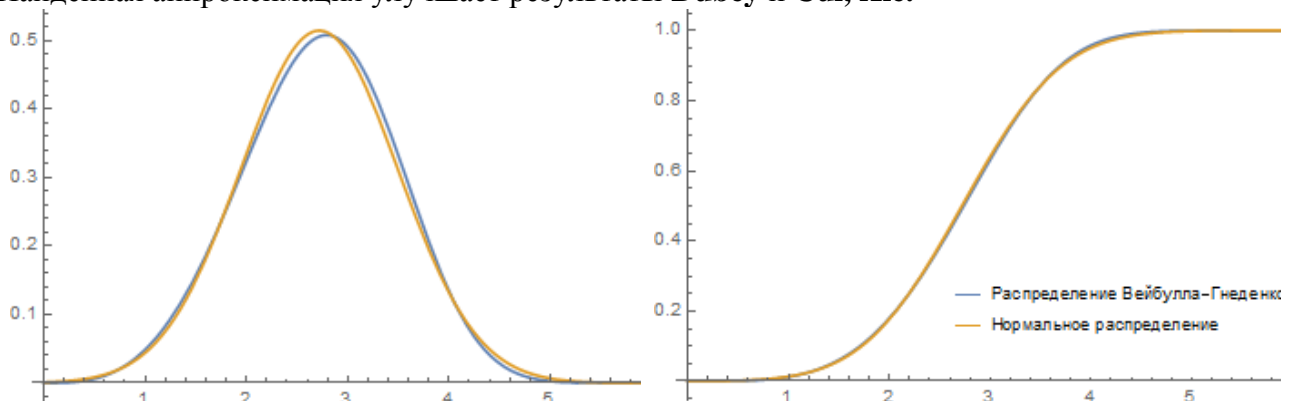


Рисунок 5. Сравнительные графики плотностей и функций распределений распределения Гнеденко-Вейбулла и аппроксимирующего его нормального распределения ($\alpha = 3, \beta = 4$).

Вычисления в пакете Mathematica дают меру отклонения в среднеквадратичной метрике для значений параметров $\alpha = 3, \beta = 4$:

$$\sqrt{\int_0^{+\infty} \left(\alpha^\beta \beta t^{\beta-1} e^{-(\alpha t)^\beta} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} \right)^2 dt} \approx 0,0241$$

Как отмечено в фундаментальном справочном труде по традиционным распределениям **Джонсон, Коц, Балакришнан (1997)**: «Распределения, которые аппроксимируются при помощи нормального распределения, можно рассматривать как распределения, которые сами аппроксимируют нормальное распределение».

Также в диссертационной работе исследована проблема моментов Чебышёва-Маркова-Стилтьеса для распределения Гнеденко-Вейбулла $GW(\alpha, \beta)$. Суть этой проблемы заключается в возможности однозначного восстановления распределения по последовательности его моментов. Проведена проверка двух классических условий для решения данной проблемы: условие Карлемана и условие М. Г. Крейна

Было показано, что распределение Гнеденко-Вейбулла $GW(\alpha, \beta)$ удовлетворяет проблеме моментов при значении параметра формы $\beta \geq 0,5$. Отметим, что данный факт не отражен в фундаментальном труде **Rinne (2009)**, полностью посвящённом распределению Гнеденко-Вейбулла.

Также рассмотрен метод максимального правдоподобия, как наиболее информативный способ нахождения статистических оценок параметров распределения

Гнеденко-Вейбулла в случае полной и цензурированной выборок. Подробный обзор по оцениванию параметров распределения $GW(\alpha, \beta)$ представлен в работе **Кудлаева (1986)**. Приведено простое доказательство существования и единственности решения системы уравнений правдоподобия для выборки, распределенной по закону Гнеденко-Вейбулла.

В третьей главе проведено исследование параметра потока отказов $\omega(t)$ и ведущей функции потока отказов $\Omega(t)$ (функции восстановления $H(t)$) для модели Гнеденко-Вейбулла рекуррентного потока отказов при мгновенном восстановлении аналитическими и численными методами. Математически модель рекуррентного потока отказов подразумевает стационарность, ординарность и ограниченность последствий.

«Параметр потока отказов является основным, нашедшим наибольшее применение в газовой отрасли показателем надёжности, характеризующим работоспособность объектов ЕСГ, а также надёжность технологической системы в целом по отрасли или газотранспортному предприятию» – согласно Газовой энциклопедии (2004).

Интегральное уравнение Вольтерра второго рода типа свёртки с разностным ядром:

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(\tau) f(t - \tau) d\tau \quad (13)$$

устанавливает соотношение между параметром потока отказов $\omega(t)$ и плотностью распределения времени работы между отказами $f(t)$, позволяющее, в свою очередь, определить интенсивность отказов $\lambda(t)$. Это классическое уравнение восстановления.

Следующие зарубежные исследователи: **Smith, Leadbetter (1963), Smeltink, Dekker (1990), Constantine, Robinson (1997), Cui, Xie (2003)** (которые также рассмотрели нормальную аппроксимацию и функции восстановления в модели Гнеденко-Вейбулла), **Kambo, Rangan, Hadji (2012), Maghsoodloo, Helvacı (2014)** занимались получением аппроксимации решения уравнения восстановления для модели $GW(\alpha, \beta)$.

В данной работе аналитическим путём с помощью методов производящей функции моментов и теории рядов было получено асимптотическое решение указанного интегрального уравнения (13) в виде ряда типа Грама–Шарлье:

$$\omega(t) = \frac{F(t)}{v_1} + \frac{1}{v_1} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{c_k}{v_1^k} F^{(k)}(t), \quad t > 0, \quad (14)$$

где $F^{(k)}(t)$ означает k -ю производную функции распределения (1), а коэффициенты разложения c_k находятся по правилу:

$$c_1 = -\frac{v_2}{2!} = -m_0, \quad m_k = \frac{v_1^k v_{k+2}}{(k+2)!}, \quad v_k = \frac{1}{\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{k}{\beta}\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$c_k = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -m_0 \\ -m_0 & 1 & 0 & \dots & 0 & m_1 \\ m_1 & -m_0 & 1 & \dots & 0 & -m_2 \\ -m_2 & m_1 & -m_0 & \dots & 0 & m_3 \\ m_3 & -m_2 & m_1 & \dots & 0 & -m_4 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ (-1)^{k+1} m_{k-2} & (-1)^k m_{k-3} & (-1)^{k-1} m_{k-4} & \dots & -m_0 & (-1)^k m_{k-1} \end{vmatrix},$$

Справедливы следующие утверждения:

$$c_k = m_0 c_{k-1} - m_1 c_{k-2} + m_2 c_{k-3} - \dots + (-1)^k m_{k-1}, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} c_n = 1 + \frac{1}{-1 + \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k m_k} < \infty,$$

Указанное разложение применимо только при значениях параметра формы $\beta > 1$, характерного для заключительного этапа жизненного цикла эксплуатации объектов ГТС. Следует отметить, что при таких значениях β распределение $GW(\alpha, \beta)$ однозначно задается рядом своих моментов, как было указано выше. Формулу (14) для $GW(\alpha, \beta)$ можно также преобразовать к следующему виду:

$$\omega(t) = \frac{1}{v_1} \left[1 - e^{-(\alpha t)^\beta} + e^{-(\alpha t)^\beta} \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{l=0}^k \sum_{j=0}^l \frac{c_k}{v_1^k t^k} \frac{(-1)^j \left(-(\alpha t)^\beta \right)^l (1 + \beta(l-j) - k)_k}{j!(l-j)!} \right],$$

где $(a)_k = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)}$ – символ Похгаммера.

Была осуществлена проверка достоверности полученного разложения на тестовых распределениях: показательном и Рэлея. Основными преимуществами выведенного аналитического разложения решения уравнения перед полученными другими исследователями разложениями являются: простота вычислений его коэффициентов, с учётом рекуррентной зависимости; приемлемую точность дают уже **7 (семь)** членов разложения.

И как следствие, было получено аналитическое разложение ведущей функции потока отказов $\Omega(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau$ (или функции восстановления $H(t)$ в теории восстановления):

$$\Omega(t) = \left(\frac{1}{v_1} t + c_1 \right) F(t) - \frac{1}{\alpha v_1} \gamma \left(1 + \frac{1}{\beta}, (\alpha t)^\beta \right) + \frac{1}{v^2} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{c_{k+1}}{v_1^k} F^{(k)}(t), \quad (15)$$

где $\gamma(a, x) = \int_0^x t^{a-1} e^{-t} dt$ – неполная гамма-функция Эйлера, а c_k определены выше.

Полученное соотношение согласуется с асимптотической формулой функции восстановления – асимптотой Смита (**1967**), которая в наших обозначениях имеет вид:

$$H(t) = \frac{1}{v_1} t + c_1 - 1 + o(1), \quad (t \rightarrow \infty).$$

Следует отметить, что при $\beta = 2$ (т.е., распределение Рэлея) формулы (14) и (15) представляют собой разложения по ортогональным полиномам Чебышёва–Эрмита.

В качестве естественного обобщения в работе была установлена

Теорема. Для неотрицательной непрерывной случайной величины ξ с плотностью $f(t)$ и функцией распределения $F(t)$, у которой существуют все начальные моменты порядка n : $v_n = \int_0^{+\infty} t^n f(t) dt$, удовлетворяющие набору условий:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (v_n)^{-\frac{1}{2n}} = +\infty, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[(n+1) \frac{v_n}{v_{n+1}} \right] = +\infty, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{v_1^n v_{n+2}}{(n+2)!} \neq 1, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} f^{(n)}(t) = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N},$$

асимптотическое решение **уравнения восстановления** для **плотности восстановления** $h(t)$:

$$h(t) = f(t) + \int_0^t h(\tau) f(t-\tau) d\tau \quad (16)$$

имеет следующий вид:

$$h(t) = \frac{1}{v_1} \left[F(t) + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{c_k}{v_1^k} F^{(k)}(t) \right], \quad (17)$$

где коэффициенты разложения c_k находятся по правилу, указанному в формуле (14).

Следствие. Асимптотическое разложение **функции восстановления** $H(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau$

в предположении, что для функции $\frac{\tilde{f}(s)}{s^2}$ существует обратное преобразование Лапласа, имеет следующий вид:

$$H(t) = \frac{1}{v_1} L^{-1} \left[\frac{\tilde{f}(s)}{s^2} \right] - \frac{1}{v_1^2} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{c_{k+1}}{v_1^k} F^{(k)}(t), \quad (18)$$

где $\tilde{f}(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt$ обозначает преобразование Лапласа для функции $f(t)$, а $L^{-1}[G(s)]$

обозначает обратное преобразование Лапласа для функции $G(s)$.

Далее в работе рассмотрено применение метода дискретизации Ритца в решении представленного выше интегрального уравнения восстановления, базирующееся на компьютерном моделировании в среде Mathematica. Получены три типа рекуррентных формул, а именно: **по методу правых узлов, по методу средних (одноточечный метод Гаусса), по методу линейных сплайнов.**

Для получения приближённого решения уравнения восстановления относительно $\omega(t)$ используется модификация метода Ритца дискретизации интегрального уравнения. Обычный метод дискретизации интегрального уравнения состоит в использовании квадратурных формул, которые применяются ко всей подынтегральной функции. Предлагаемый метод состоит в применении соответствующего алгоритма квадратурной формулы только к неизвестной функции, стоящей под знаком интеграла, а интегралы от ядер операторов вычисляются в пакете Mathematica. Таким образом, решение ищется в виде линейной комбинации соответствующих базисных функций. Указанный метод Ритца позволяет получить более простую систему линейных уравнений, решение которой выписывается в

явном виде **рекуррентных формул**. Так что численные расчёты на обычных персональных компьютерах можно производить с большой скоростью для любого числа точек разбиения, обеспечивающих необходимую точность вычислений. При обычной дискретизации из-за большой размерности массива коэффициентов соответствующей системы линейных уравнений счёт для большого числа точек разбиения делать затруднительно.

Наибольшей вычислительной эффективностью обладает **метод средних**. Рассмотрим его на примере нахождения приближённого решения уравнения восстановления относительно $H(t)$. Разделим рассматриваемый отрезок времени $[0, t_{\max}]$ на n равных частей точками $t_0 = 0, t_1 = t_0 + \Delta, \dots, t_n = t_0 + n\Delta$, где Δ – шаг разбиения. Тогда приближенное решение записывается в виде $\tilde{H}(t) = \sum_{k=1}^n \tilde{u}_k I_k(t)$, где $I_k(t) = \begin{cases} 1, & t \in [t_{k-1}; t_k] \\ 0, & t \notin [t_{k-1}; t_k] \end{cases}$.

Значение приближённого решения на k -ом отрезке равно среднему значению

$$\tilde{u}_k = \frac{H(t_{k-1}) + H(t_k)}{2} \quad (\text{см. Рис. 6}).$$

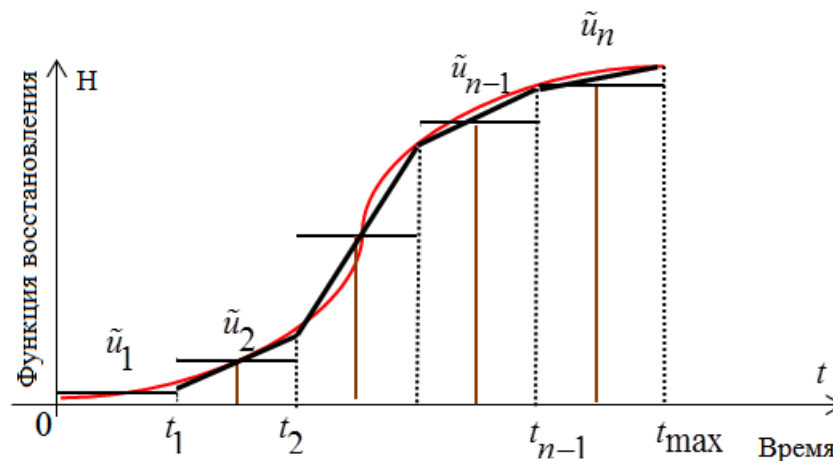


Рисунок 6. Метод средних

Полученные рекуррентные формулы имеют следующий вид:

$$\begin{cases} H_0 = F_0, \\ H_1 = (2F_1 + F_0 K_1) / (2 - K_1), \\ H_2 = (2F_2 + H_1 K_2 + H_0 K_2 + H_1 K_1) / (2 - K_1), \\ \dots \\ H_n = (2F_n + H_1 K_n + H_2 K_{n-1} + \dots + H_{n-1} K_2 + H_0 K_n + H_1 K_{n-1} + \dots + H_{n-1} K_1) / (2 - K_1). \end{cases} \quad (19)$$

где $H_0 = F(0) = F_0$, $H(t_m) = H_m$, $F_m = F(t_m)$, $K_m = \int_{t_{m-1}}^{t_m} f(r) dr$, $m = 1, \dots, n$.

Разработанные алгоритмы были протестированы на контрольных распределениях с использованием компьютерного пакета Mathematica. Погрешность приближенного решения определяется не только построенным алгоритмом, но также погрешностью численного

интегрирования в пакете Mathematica, равной 10^{-15} . Отметим, что погрешность решения контролируется использованием различных методов и известным асимптотическим приближением. Графическое сравнение аналитического и дискретного подходов к решению интегрального уравнения восстановления для рекуррентного потока Рэлея, являющегося важным частным случаем распределения Гнеденко-Вейбулла, приведено на Рис. 7.

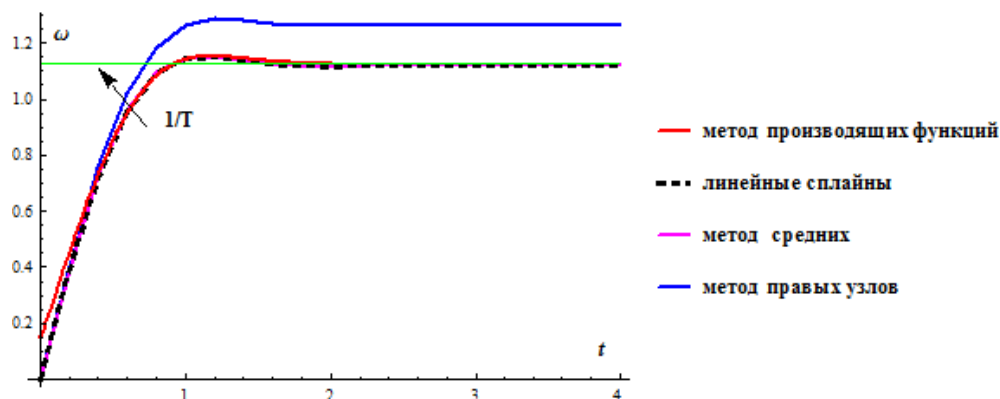


Рисунок 7. Графики параметра потока отказов для распределения Рэлея, полученные дискретизацией (20 точек) и аналитическим методом

Для наглядности приведена кривая функции восстановления в случае $\beta = 4$ для разных аппроксимаций (Рис. 8)

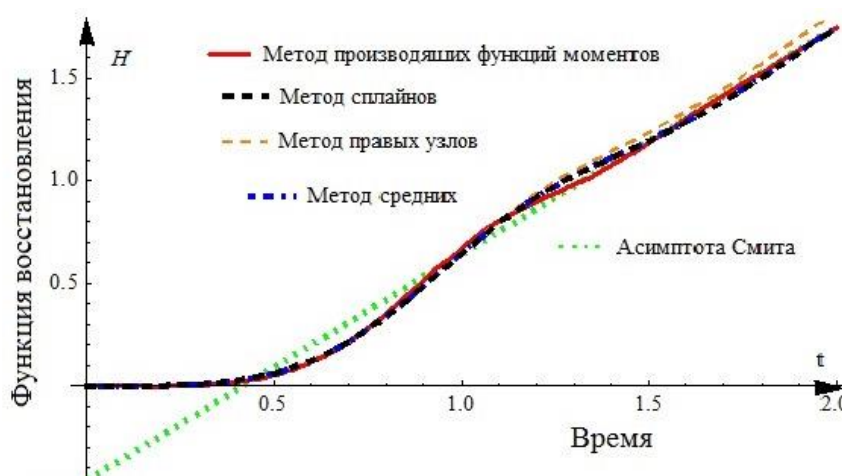


Рисунок 8. Функция восстановления в случае $\beta = 4$ для разных аппроксимаций

Кроме того, в третьей главе предложена система инженерных рекомендаций по статистической обработке данных об отказах ГПА и САУ ГПА с целью мониторинга их показателей надёжности на примере анализа реальных эксплуатационных выборок.

Актуализация получения инженерных оценок показателей надёжности эксплуатируемых систем и **проверка** исследований диссертации были **продемонстрированы** на базе статистических данных по отказам технологического оборудования ГТС в информационно-аналитической системе «Оценка и мониторинг надёжности для АСДУ

трубопроводным транспортом газа», предложенной ранее (Седых, 2011) и содержащей солидный материал по отказам (порядка 10000 позиций) ГПА и САУ ГПА.

Обоснован выбор компьютерного пакета символьной математики Mathematica (мощной по своей функциональности, т.е. по вычислительным и графическим возможностям) в качестве среды для проведения инженерных расчётов. Пакет существенно помогает быстро продвигаться к решению при использовании его непосредственно как инструмент вычислений или же как систему моделирования.

Предложена методика получения статистических оценок параметров распределения Гнеденко-Вейбулла $GW(\alpha, \beta)$ и получение прогнозного критического значения времени наступления следующего отказа элементов ГПА с указанием вероятной зоны начала деградационных процессов в системе ГПА. Процедура состоит из следующих шагов:

- графоаналитическая проверка на соответствие модели Гнеденко-Вейбулла времени работы до отказа методами регрессионного анализа;
- нахождение оценки параметра формы β с помощью аппроксимирующей формулы для выборочного коэффициента вариации;
- применение метода максимального правдоподобия, адаптированного для распределения Гнеденко-Вейбулла, для уточнения оценки параметра β ;
- ретроспективный анализ предложенной модели с целью проверки устойчивости и адекватности статистического моделирования;
- в случае выполнения условия начала деградации в системе ГПА вычисляется прогнозное критическое значение времени наступления следующего отказа элементов ГПА;
- с целью получения момента переходного процесса выхода элементов ГПА или САУ ГПА на предельное состояние строится графическая зависимость параметра потока отказов и средней остаточной наработки до отказа в компьютерной среде Mathematica.

Указанная методика была продемонстрирована при анализе статистических данных механических отказов Ростовского УМГ (управления магистральных газопроводов). Методом максимального правдоподобия для распределения Гнеденко-Вейбулла установлено, что время работы до отказа имеет распределение $\xi \sim GW(\alpha, \beta)$ с параметрами $\alpha = 0,2; \beta = 1,38$. На Рис. 9 представлены графики приближённых решений, асимптотическое значение параметра потока отказов $1/T = 1/M\xi$, а также график интенсивности отказов.

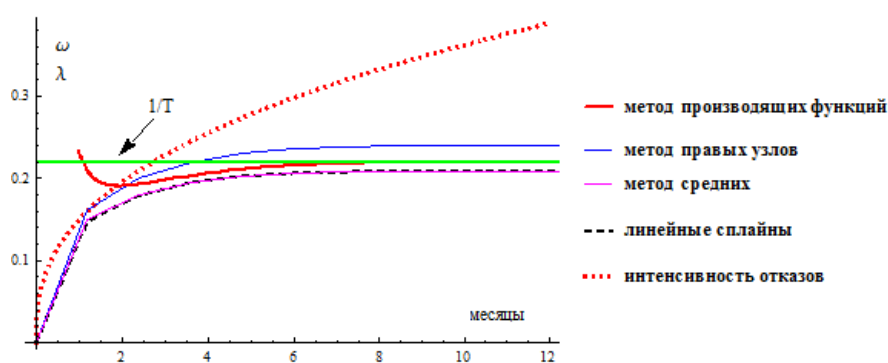
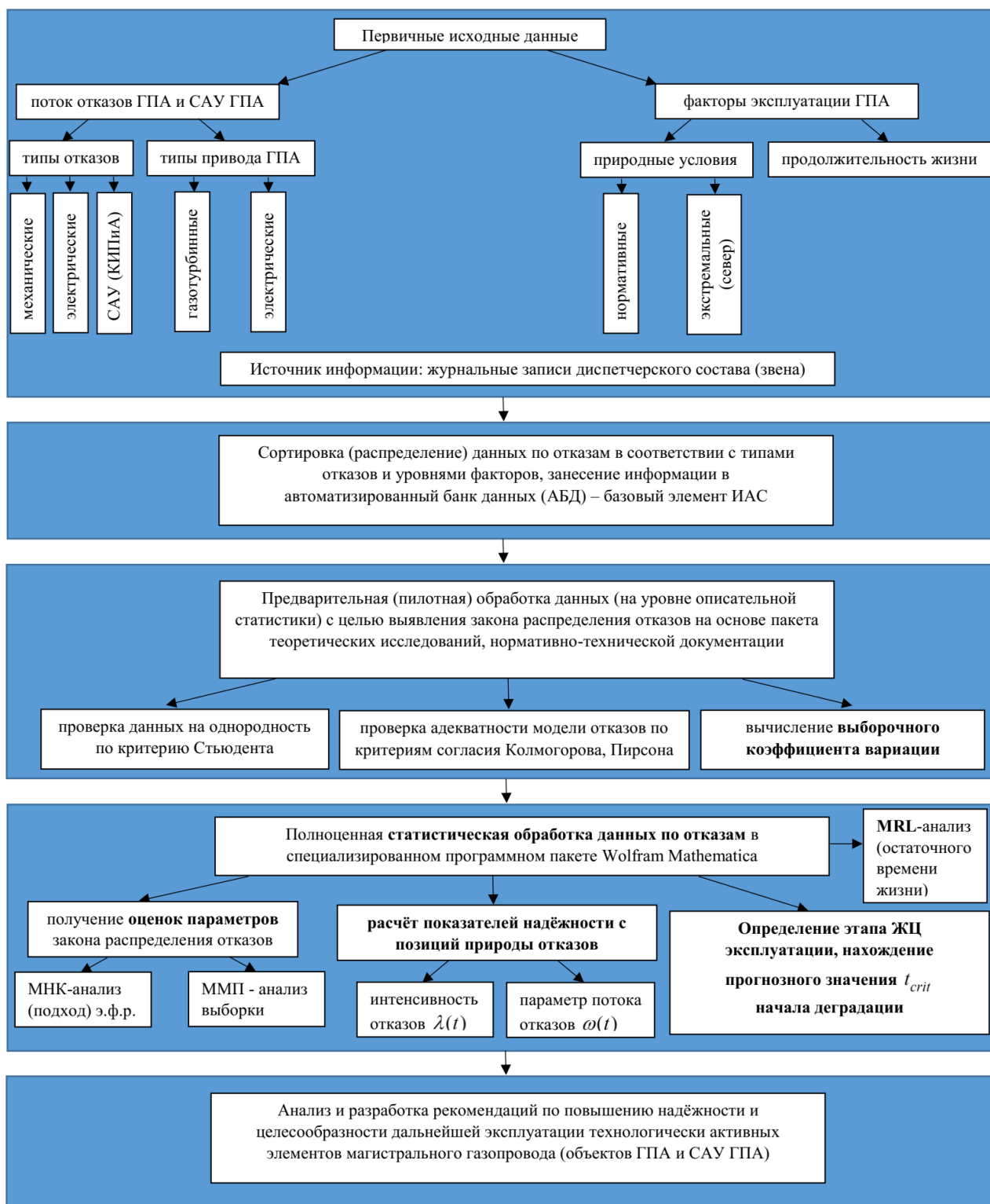


Рисунок 9. Графики интенсивности отказов и параметра потока механических отказов Ростовского УМГ, полученные численным и аналитическим методами

На основании вышеизложенных исследований была создана **методика** обработки статистических данных об отказах технологически активных элементов ГТС (Рисунок 10).

Рисунок 10. Методика системных исследований показателей надёжности ГПА на этапах жизненного цикла для модели отказов Гнеденко-Вейбулла.



На Рис. 11 представлены предложения по интеграции разработанных моделей и методов в общую структуру управления целостностью (в АСДУ): блок «Мониторинг функционирования и технического состояния ГПА».

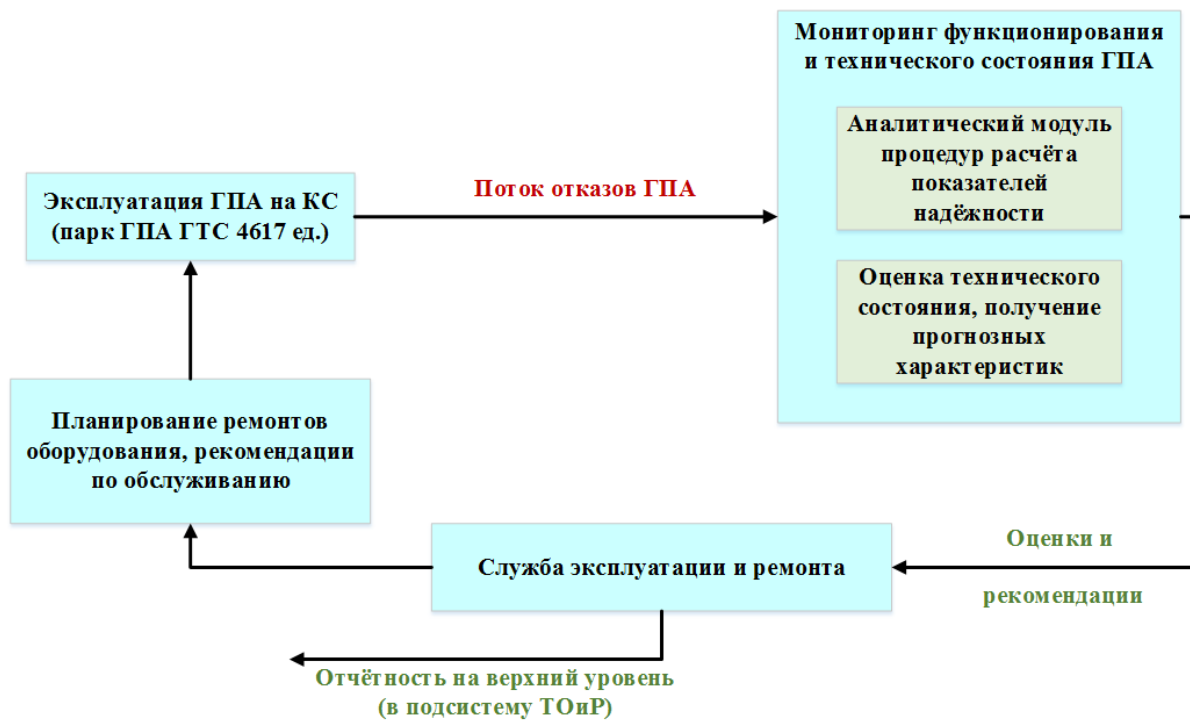


Рисунок 11. Управление целостностью в АСДУ транспорте газа

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

Разработанные в диссертации модели и методы построения вероятностно-статистических оценок составляют **аналитическую основу мониторинговой системы** показателей надёжности ГПА, которую необходимо построить для обеспечения **оперативного** взаимодействия между уровнем автоматизированного диспетчерского управления технологическим процессом транспорта газа (предоставление информации о фактическом состоянии ГПА) и уровнем управления производственно-хозяйственной деятельностью, на котором по предоставленной информации планируются и выполняются ремонты и замена оборудования. Разработанные модели и методы **прошли апробацию** в учебном процессе. В ходе выполненных исследований были получены следующие **результаты**:

1. С позиций мониторинга показателей надёжности технологических объектов ГТС для управления целостностью ЕСГ показана актуальность и используется **модель** потока отказов на основе **двухпараметрического распределения Гнеденко-Вейбулла** $GW(\alpha, \beta)$. Непосредственное применение распределения Гнеденко-Вейбулла для практических расчётов затруднительно из-за необходимости оперировать комбинациями специальных гамма-функций Эйлера, через которую выражаются характеристики данного распределения.
2. Разработан **метод** получения приближенных расчетных формул для упрощенных вычислений **математического ожидания, дисперсии и коэффициента вариации** (5) распределения Гнеденко-Вейбулла с приемлемой степенью точности.
3. Предложен **метод** получения аналитического разложения **средней остаточной наработки до отказа** (9), (10) и ее дисперсии (11), (12).

4. Представлены различные **методы** аппроксимации **параметра потока отказов (ППО)** на деградационном этапе эксплуатации (при $\beta > 1$) технологических объектов ГТС. Получено аналитическое разложение ППО в ряд вида Грама–Шарлье в **терминах вероятностных моментов** (14). В связи с чем была рассмотрена **проблема моментов** Чебышёва-Маркова-Стилтьеса об однозначном восстановлении распределения рядом моментов для распределения $GW(\alpha, \beta)$. Предложены рекуррентные формулы (19) для быстрых численных расчетов при нахождении параметра потока отказов, которые также могут быть использованы на **первом этапе** жизненного цикла (при $\beta < 1$), когда рассмотренные аналитические методы неприменимы.

5. С помощью разработанных аналитических **методов** получено асимптотическое разложение плотности восстановления (17) и функции восстановления (18) для других возможных распределений (при выполнении ряда условий).

6. Эксперименты, проведённые на материалах **реальных** статистик по отказам, полученных из Ростовского УМГ, показали, что модель Гнеденко-Вейбулла адекватно описывает функционирование технологически активных элементов ГТС. В качестве основы исследований применялась **методика** обработки статистических данных об отказах (Рис. 10).

7. Разработанные **модели** и **методы** имеют **значимость** для построения системы промышленного мониторинга показателей надёжности активных элементов трубопроводного транспорта газа. Методика статистического анализа процесса потока отказов доведена до уровня **алгоритмов** и **программ** в пакете Wolfram Mathematica.

8. Полученные в диссертационном исследовании результаты открывают возможность создания, в рамках автоматизированных систем диспетчерского управления, подсистемы мониторинга надёжности АСДУ, способствующей как повышению эффективности транспорта газа, так и развитию научных исследований в области эргатических систем управления и повышению качества подготовки специалистов в области автоматизированного диспетчерского управления в нефтегазовом производстве.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, входящих в Перечень ВАК РФ

1. **Русев В.Н.**, Скориков А.В. Аппроксимации функции восстановления и стратегия управления эксплуатационными затратами // НТЖ «Проблемы управления» № 4. – **2018** – С. 28 – 35.
2. **Русев В.Н.**, Скориков А.В. Аналитические и дискретные методы в исследовании параметра потока отказов в транспорте газа // Сборник «Труды Российского государственного университета нефти и газа имени И.М. Губкина» № 3 (284) – **2016** – С. 104 – 117.
3. **Русев В.Н.**, Скориков А.В. Анализ элементов систем газоснабжения с помощью метода производящих функций моментов // Сборник «Труды Российского государственного университета нефти и газа имени И.М. Губкина» № 1 (282) – **2016** – С. 68–79.
4. Григорьев Л.И., Голденко С.С., **Русев В.Н.** Методика определения этапа жизненного цикла оборудования в технологически опасных процессах на основе расчета оценок показателей надёжности в модели Вейбулла-Гнеденко // НТЖ «Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности» №10. – **2015** – С. 18–23.

5. Григорьев Л.И., Микова Е.С., **Русев В.Н.** Особенности построения мониторинговых систем и оценок показателей производственных процессов для автоматизированного диспетчерского управления в нефтегазовом комплексе // НТЖ «Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности» №9. – **2014** – С. 5–12.
6. **Русев В.Н.** Актуальность теоретического исследования распределения Вейбулла-Гнеденко для расчета оценок технологической надежности нефтегазового оборудования // НТЖ «Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности». – **2013**. – №11. – С. 46–49.
7. **Русев В.Н.** Применение распределения Вейбулла-Гнеденко для описания этапов жизненного цикла газоперекачивающих агрегатов при управлении техническим состоянием газотранспортных систем // НТЖ «Промышленный сервис». – **2013**. – №1. – С. 17–23.
8. Григорьев Л.И., Калинин В.В., **Русев В.Н.**, Седых И.А. Математическое обеспечение подсистемы оценки и мониторинга надежности АСДУ в транспорте газа // НТЖ «Автоматизация в промышленности». – **2010**. – №12. – С. 11–15.

Публикации в других рецензируемых изданиях

9. **Rusev V.**, Skorikov A. On Solution of Renewal Equation in the Weibull-Gnedenko Model // Reliability: Theory & Applications, Volume 12, Number 4 (47), **2017**, P. 60-68.
10. Grigoriev L., Kucheryavy V., **Rusev V.**, Sedyh I. Formation of estimates of reliability indicators for active elements in gas transport systems on the basis of refusals statistics // Journal of Polish Safety and Reliability Association, Summer Safety and Reliability Seminars, Volume 5, Number 1-2, **2014**, P. 41-47.

Публикации в трудах профильных конференций

11. **Русев В.Н.** Системные основы оценивания показателей надёжности активных элементов в трубопроводном транспорте газа; от теории к инженерным расчётам // Сборник трудов IX Международной конференции «ИТ-Стандарт 2019» – М., **2019** – С.185-196.
12. **Русев В.Н.** Формирование инженерных оценок показателей надежности газотранспортного оборудования; расчетные процедуры и рекомендации // Материалы 12-й Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России» – М., **2018** – С.393.
13. **Русев В.Н.**, Скориков А.В. Analytical and discrete approaches to renewal function estimation // Материалы международной конференции «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения – VIII» – Ростов н/Д, **2018** – С.114-115.
14. **Rusev V.**, Skorikov A. Analytical and discrete methods for determination Weibull-Gnedenko renewal density // Proceedings of the International Scientific Conference «Analytical and computational methods in probability theory and its applications (ACMPT-2017)» – Moscow, Russia, **2017** – P. 681-685.
15. **Русев В.Н.**, Скориков А.В. The mean residual life (MRL) of the Weibull-Gnedenko distribution // Материалы международной конференции «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения – VII» – Ростов н/Д, **2017** – С.141-142.
16. **Русев В.Н.**, Скориков А.В. Исследование методами теории обобщенных функций параметра потока отказов в транспорте газа для модели Вейбулла-Гнеденко // Материалы 11-й Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России» – М., **2016** – С.344.
17. **Русев В.Н.**, Скориков А.В. Аналитические и дискретные методы в исследовании параметра потока отказов в транспорте газа // Материалы международной конференции «Современные

методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения – VI» – Ростов н/Д, **2016** – С.134.

18. **Русев В.Н.** Асимптотические методы в исследовании распределения Вейбулла-Гнеденко // Материалы международной конференции «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения – V» – Ростов н/Д, **2015** – С.197.
19. **Русев В.Н.,** Скориков А.В. Метод производящих функций моментов при анализе надёжности систем и их элементов по эксплуатационным данным // Материалы международной конференции «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения – V» – Ростов н/Д, **2015** – С.198.
20. Григорьев Л.И., Асирян А.В., **Русев В.Н.** Мониторинговые системы в АСДУ нефтегазового комплекса // Материалы 10-й Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России» – М., **2014**. – С.267.
21. **Русев В.Н.** От исследования распределения Вейбулла-Гнеденко к расчетным формулам оценок показателей надёжности объектов газотранспортных систем // Материалы юбилейной X Всероссийской конференции молодых ученых, специалистов и студентов «Новые технологии в газовой промышленности (газ, нефть, энергетика)» – М., **2013** – С. 200.
22. **Русев В.Н.** Моделирование нормальной аппроксимации двухпараметрического распределения Вейбулла-Гнеденко в пакете Wolfram Mathematica // Материалы 9-й Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России» – М., **2012** – С.116.
23. Дейнеко С.В., **Русев В.Н.** Оценка и мониторинг технологической надежности оборудования нефтегазопроводов // Материалы 16-й Международной научно-технической конференции и Российской научной школы молодых ученых и специалистов «Системные проблемы надёжности, качества, информационно-телекоммуникационных и электронных технологий в инновационных проектах (Инноватика – 2011)» – М.: Энергоатомиздат, **2011** – С. 8-11.
24. **Русев В.Н.** Исследование интервальных значений распределения Вейбулла-Гнеденко для оценок интенсивности отказов систем автоматики в транспорте газа // Материалы 8-й Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России» – М., **2010** – С.77.

Учебно-методическое пособие.

25. **Русев В.Н.,** Скориков А.В. Стохастическое моделирование (Специальные главы теории вероятностей): Учебное пособие – М.: РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, **2015**. –131 с.