

## **Отзыв официального оппонента**

на диссертационную работу Рябикова Андрея Игоревича  
«Численные методы аппроксимации границы Парето в задачах оптимизации  
правил управления динамическими системами с разрывными  
многоэкстремальными критериями», представленную на соискание ученой  
степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2-  
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы  
программ»

### **Актуальность темы диссертационной работы**

Диссертационная работа А.И. Рябикова посвящена численным методам оптимизации правил управления многошаговыми системами. При оптимизации правил управления обычно требуется найти такую зависимость управления от текущего состояния системы, которая минимизирует некоторый критерий качества управления. Структура правила управления считается заданной, так что задача сводится к выбору параметров правила управления. Особенность данной работы состоит в том, что задача построения правила управления решается при учете значительного числа противоречивых критериев качества управления. Благодаря использованию многошаговой математической модели автору удается свести проблему к задаче многокритериальной оптимизации параметров правила управления. Для решения этой задачи автор использует подход, основанный на информировании лиц, принимающих решение, о границе Парето множества достижимых критериальных векторов, т.е. о подмножестве критериальных векторов, оптимальных по Парето. Достоинство такого подхода состоит в возможности проинформировать заинтересованное лицо об объективных свойствах проблемы, а именно о предельных возможностях изучаемой системы, которые не зависят от субъективных предпочтений. Использование такого подхода, получившего широкое распространение в последние 20 лет, сдерживается сложностью решения задачи аппроксимации границы Парето, особенно в случае нелинейных моделей. Спецификой рассматриваемой автором проблемы является то, что в ней качество правил управления описывается критериями типа обеспеченности, имеющими смысл доли шагов по времени, на которых не выполняются (или, наоборот, выполняются) некоторые априорные требования, предъявляемые к системе. Такие критерии используются в практике анализа надежности выполнения требований, предъявляемых к водным объектам. Они имеют математический вид суммы функций Хэвисайда с большим числом слагаемых, равным числу шагов по времени (в данной работе рассматривается прикладная задача, в которой изучается нескольких тысяч шагов). Критерии обеспеченности характеризуются кусочно-постоянной зависимостью от параметров правил управления и многоэкстремальностью. До последнего времени методов аппроксимации границы Парето при таких критериях не существовало. Этим и важностью соответствующих прикладных задач определяется актуальность данной работы, в которой решается такая проблема.

## Содержание работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы и имеет объем в 195 стр.

Во Введении описан используемый в диссертации подход к решению задач многокритериальной оптимизации. В рамках этого подхода вместо решения некорректно поставленной задачи аппроксимации границы Парето осуществляется аппроксимация оболочки Эджворта-Парето, т.е. максимального (по включению) множества, имеющего ту же границу Парето, что и исходная задача. Затем осуществляется диалоговая визуализация наборов двумерных сечений оболочки Эджворта-Парето, позволяющая изучить границу Парето. Поскольку диссертация посвящена, в значительной степени, аппроксимации оболочки Эджворта-Парето, являющейся наиболее сложным этапом используемого подхода, во Введении дается обзор существующих методов аппроксимации границы Парето и оболочки Эджворта-Парето в нелинейных невыпуклых задачах и обсуждается возможность их использования для решения прикладной задачи, рассматриваемой в диссертации.

В первой главе рассматривается проблема оптимизации правил управления каскадом водохранилищ реки Ангара, являющаяся конкретным примером общей задачи выбора правил управления многошаговой системой. Формулируется многошаговая математическая модель каскада и правил управления водохранилищами. Анализируются свойства модели, в том числе доказываются некоторые математические утверждения, позволяющие проводить вариантные расчеты траектории модели по заданным параметрам правил управления. Описываются 24 критерия типа обеспеченности выполнения требований, которые используются для оценки качества правил управления каскадом. Дается общая формулировка проблемы многокритериального выбора правил управления многошаговой системой, являющаяся обобщением задачи управления каскадом водохранилищ. Устанавливаются некоторые свойства границы Парето и оболочки Эджворта-Парето в этой задаче.

В главе 2 рассматривается вопрос о практической возможности использования для аппроксимации оболочки Эджворта-Парето алгоритмов глобальной оптимизации сверток критериев типа уровня обеспеченности. Надо подчеркнуть, что, в отличие от случая выпуклой оптимизации, для задач глобальной оптимизации в общем случае отсутствуют стандартные методы, гарантирующие нахождение решения. Такие методы известны лишь для задач малой размерности и при достаточно малой постоянной Липшица. На практике часто применяемым подходом является метод мултистарта, в котором решается достаточное число задач локальной оптимизации, стартующих из случайных точек допустимого множества. Вопрос о том, найдено ли глобальное решение, обычно остается открытым. В данной диссертации для ответа на этот вопрос привлекается эксперт, опыт которого позволяет ответить на этот вопрос хотя бы приближенно.

Для поиска локального минимума автором используются градиентные методы, для чего требуется непрерывность оптимизируемой функции. Поэтому

в задаче с критериями типа обеспеченности приходится искать локальные минимумы вспомогательных функций, а в качестве приближенного решения задачи глобальной минимизации свертки критериев брать минимальный из локальных оптимумов вспомогательной функции. Для построения вспомогательных функций автор предлагает оригинальную идею, использующий специфику критериев типа уровня обеспеченности: суммы функций Хэвисайда заменяются в них на суммы степенных функций. Эксперименты с моделью ангарского каскада показали, что такой подход позволяет решить задачи глобальной оптимизации отдельных критериев, но оказывается не реализуемым практически при поиске глобального оптимума сверток критериев, что связано с наличием у этих функций слишком большого числа локальных экстремумов.

Одновременно автор установил, что при правильном подборе сверток и стартовых точек процесса градиентной локальной оптимизации можно значительно улучшить критериальные векторы с точки зрения лица, принимающего решение. На этой основе автор предложил новую итеративную человеко-машинную процедуру поиска предпочтительного решения сложной задачи многокритериальной оптимизации («Метод наследуемого решения»), которая позволяет найти точку на границе Парето, предпочтительную для лица, принимающего решение. В этой процедуре на каждой итерации вместо обычного нахождения глобального оптимума свертки решается относительно небольшое число задач ее локальной оптимизации. При этом множество стартовых точек процесса локальной оптимизации берется в малой окрестности решения, наследуемого с предыдущей итерации. С помощью предложенной процедуры эксперт нашел предпочтительное для него решение задачи оптимизации правил управления Ангарским каскадом. Это решение оказалось значительно лучше решений, известных ранее, оно было использовано в следующей главе в качестве ориентира при оценке качества аппроксимаций оболочки Эджворта-Парето.

В главе 3 содержится главный результат диссертации - предложены новые численные методы аппроксимации оболочки Эджворта-Парето для систем с критериями типа обеспеченности. К методам выдвигаются практические требования достаточно быстрого достижения требуемой точности.

Поскольку, как уже говорилось, для задач глобальной оптимизации в общем случае нет методов, гарантированно дающих их решение, автор дополняет классические градиентные методы оптимизации современными эвристическими методами типа генетических. Предложенные автором методы, которые получили в работе название методов стартовой площадки, основаны на предварительном построении такого подмножества множества допустимых решений (стартовой площадки), что при использовании точек которого в роли стартовых в процедурах локальной оптимизации сверток возможно нахождение решений, близких к эффективным. В главе предлагаются два подхода к построению стартовой площадки, один из которых основан на использовании комбинации градиентного и генетического методов (метод инъекции оптимумов), а второй - на использовании альтернативной задачи многокритериальной оптимизации. Всего предложено три метода аппроксимации, которые экспериментально сравниваются как с генетическим методом, так и между собой. Показывается,

что наиболее эффективный из предложенных методов удовлетворяет требованиям, предъявляемым практикой. Дается теоретическое обоснование некоторых свойств методов.

Одним из наиболее интересных результатов является сравнение порядка скорости сходимости генетического метода и некоторых из предложенных методов. Оказывается, что в генетическом методе в асимптотике точность аппроксимации обратно пропорциональна числу итераций, в методе инъекции оптимумов - обратно пропорциональна квадрату числа итераций, а в дополненном методе стартовой площадки обратно пропорциональна кубу числа итераций.

Достоинством диссертации является то, что в конце каждой главы приводится описание программного обеспечения, реализующего предложенные в ней методы и модели.

### **Научная новизна результатов работы**

В работе А.И.Рябикова предложены, изучены и реализованы в виде программ для персональных компьютеров новые численные методы аппроксимации оболочки Эджворта-Парето для задач многокритериальной оптимизации многошаговых систем с критериями типа обеспеченности, которые могут быть представлены в виде суммы большого числа функций Хэвисайда. Этот результат основан на предложенном автором способе построения вспомогательных функций для оптимизации разрывных критериев. В работе предложена новая диалоговая процедура многокритериальной оптимизации, в рамках которой не требуется решать задачи глобальной оптимизации свертки критериев. Автором также построены достаточные условия сходимости итерационного процесса расчета траекторий модели каскада водохранилищ.

### **Достоверность и обоснованность результатов работы**

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, обоснованы строгими математическими доказательствами и вычислительными экспериментами, описанными в работе. Достоверность полученных результатов подтверждается публикацией основных результатов диссертации, а также использованием результатов диссертации в проектах РФФИ.

### **Публикация основных результатов**

Основные результаты диссертации содержатся в 24 научных публикациях, в том числе в 10 статьях в журналах из списка ВАК. Результаты работы докладывались на 13 конференциях. Семь статей опубликованы в журналах, которые включены в международные базы Web of Science and SCOPUS.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическая ценность работы состоит в том, что

1. Предложены новые методы аппроксимации оболочки Эджворта-Парето, которые могут быть использованы в случае многошаговых моделей с критериями, имеющими вид суммы большого числа функций Хэвисайда;

2. Изучены свойства предложенных методов аппроксимации;
3. Найдено достаточное условие сходимости итерационного процесса расчета требуемых в исследовании исходных состояний каскада водохранилищ.

Практическая ценность состоит в том, что

1. Реализована методика многокритериальной оптимизации правил управления каскадом водохранилищ с критериями типа уровня обеспеченности, основанная на визуализации границы Парето. Практическая пригодность методики доказана ее применением при решении задачи оптимизации правил управления каскадом водохранилищ реки Ангара;
2. На основе предложенной методики разработано программное обеспечение персональных компьютеров и многопроцессорных систем.

Методику, разработанную в диссертации, разумно использовать для многокритериальной оптимизации правил управления разнообразных объектов водного хозяйства. Разработанные методы аппроксимации оболочки Эджворта-Парето могут оказаться полезными в задачах с критериями других типов.

### **Замечания**

Рассматриваемая работа не лишена недостатков.

1. В диссертации не рассмотрен вопрос об оптимальном распределении ресурса, которым является число расчетов вектора критериев, между различными стадиями метода стартовой площадки;
2. В задачах с большим числом критериев целесообразно использовать метод сужения множества оптимальных по Парето вариантов управления на основе экспертной информации о сравнительной важности или равноценности критериев. В диссертации он даже не упоминается;
3. В отдельных случаях автор применяет лишком общую терминологию, либо допускает терминологические вольности. Так информацию о входных данных он рассматривает как точку топологического пространства, а приближения к функциям Хэвисайда называет эрзац-функциями.

Указанные недостатки не снижают общей положительной оценки диссертации.

### **Выводы**

На основе представленных материалов диссертации считаю, что кандидатская диссертация Рябикова Андрея Игоревича «Численные методы аппроксимации границы Парето в задачах оптимизации правил управления динамическими системами с разрывными многоэкстремальными критериями» является завершенным научным исследованием, которое содержит новые методы аппроксимации оболочки Эджворта-Парето в сложных многошаговых задачах многокритериальной оптимизации, обоснованные теоретически и экспериментально. Диссертация представляет собой научно-квалификационную работу, выполненную автором самостоятельно, она содержит новые научно обоснованные результаты и имеет практическую

значимость в виде методики оптимизации правил управления каскадом водохранилищ, реализованной в виде комплекса программ.

Содержание диссертационной работы соответствуют паспорту специальности 1.2.2 - «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» для физико-математических наук. По степени обоснованности научных положений и выводов, сформулированных в работе, их достоверности и новизне, диссертация соответствует критериям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением правительства РФ № 842 от 24.09.20 13 г. Таким образом, диссертационная работа Рябикова Андрея Игоревича «Численные методы аппроксимации границы Парето в задачах оптимизации правил управления динамическими системами с разрывными многоэкстремальными критериями» отвечает всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Рябиков А.И. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 - «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент  
кандидат физико-математических наук,  
доцент федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова»,  
факультет вычислительной математики и кибернетики

12.05.2022

 В.В. Морозов

Сведения об организации:  
«Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова»,  
факультет вычислительной математики и кибернетики.  
Адрес: 119991, Москва, Российская федерация, ул. Ленинские горы, д. 1,  
стр.52.  
Тел.: +7(485)939-30-10 Факс: +7(485)939-25-96  
E-mail^ [cmc@cs.msu.su](mailto:cmc@cs.msu.su)

Подпись кандидата физико-математических наук В. В. Морозова заверяю.

Декан факультета вычислительной математики и кибернетики

Академик РАН



И.А. Соколов