

В Диссертационный совет Д 002.073.05 на базе Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук»

### Отзыв

на автореферат диссертации Анны Константиновны Мелешко "Перечисление помеченных связных графов с заданными свойствами блоков", представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 (Дискретная математика и математическая кибернетика)

Рассматриваемая диссертация относится к ставшей уже классической тематике перечислительной комбинаторики. Сразу отмечу, что я очень давно занимаюсь этой тематикой, хорошо знаком со многими публикациями автора и её научного руководителя В.А. Воблы и позитивно оцениваю полученные ими результаты. Эта оценка относится и к результатам автора, представленным в собранном виде в её диссертации.

В целом вопросы, исследуемые в диссертации А.К. Мелешко, хорошо изучены. Речь идёт об общей теории перечисления (точного и асимптотического) помеченных графов с учётом их декомпозиции на связные компоненты и блоки. Разработана общая эффективная методика и получены основополагающие перечислительные результаты для важных классов графов. Эти результаты широко известны и превосходно представлены в многочисленных монографиях, наиболее важные из которых отражены в обзоре литературы. Но, разумеется, общая теория не исчерпывает всей проблематики. Для многих частных классов графов получение конкретных перечислительных формул (тем более представленных в наиболее простом и удобном виде) требует немалых усилий и мастерства. Новую технику таких исследований (в рамках указанной общей теории), применимую к определённым довольно широким классам графов, разработал В.А. Воблы. Существенно при этом, что он специфицировал многие естественные классы графов, перечислительные формулы для которых оставалось неизвестными (по крайней мере, в явном виде). Основным источником новизны служит сочетание нескольких простых и естественных классов графов, используемых в качестве блоков. Решению некоторых из таких достаточно интересных и не изученных ранее задач и посвящена диссертация А.К. Мелешко. Получены многочисленные результаты, сформулированные в 33 теоремах. Многие формулы выглядят впечатляюще просто, но их вывод требуют определённой изощрённости и хорошего владения специфической комбинаторной техникой и современной аналитической техникой получения асимптотических оценок. В качестве конкретного привлекательного примера упомяну класс полноблочно-кактусных графов, для которых точная явная перечислительная формула приведена в Теореме 5, а асимптотическая формула – в Теореме 30. Хотя диссертация не содержит каких-либо очень глубоких и неожиданных результатов, ценность полученных многочисленных новых перечислительных формул не вызывает никакого сомнения. Не вызывает сомнения и корректность результатов. Судя по квалифицированному изложению, я не сомневаюсь и в аккуратности представленных доказательств (разумеется, я не разбираю скрупулёзно саму диссертацию, хотя и просмотрел её бегло).

В своём отзыве на автореферат я не вижу необходимости более детального анализа и обсуждения результатов. Серьёзных замечаний к автореферату у меня нет (я заметил только небольшую сумбурию изложения в некоторых местах и пару мелких опечаток). Однако у меня есть одно общее методологическое замечание к самой диссертации. Сразу подчеркну, что оно никак не затрагивает ценность и достоверность полученных математических результатов и даже подтверждает дополнительно их оригинальность.

Речь идёт о следующем. В современных исследованиях по перечислительной комбинаторике большую вспомогательную роль играет электронная (on-line) энциклопедия целочисленных последовательностей OEIS (<http://oeis.org/>), которая позволяет авторам отслеживать новизну полученных ими формул, а иногда обнаруживать неизвестные ранее "совпадения" (скрытые источники комбинаторных биекций) и перекрёстные связи изучаемых комбинаторных функций. Автор данной работы очень правильно сопровождает полученные ею формулы конкретными численными значениями для начальных значений параметра  $n$  (число вершин). Но при этом не анализируется новизна этих (порядка 30) целочисленных последовательностей. Библиография даже не содержит ссылки на этот популярный и плодотворный ресурс. Я не поленился провести такой анализ самостоятельно (что, впрочем, заняло не более 20 минут). Выяснилось, что почти все выведенные в диссертации формулы представляют новые, т.е. ранее не встречавшиеся (по крайней мере, у многочисленных авторов этой весьма обширной энциклопедии, активно пополняемой энтузиастами и самими первооткрывателями) целочисленные последовательности. Конечно, этого и следовало, ожидать. Интересно, однако, что в двух случаях соответствующие функции уже встречались ранее, но в ином контексте. Это функция  $EH_n$  из Теоремы 12, совпадающая с A030019 (<http://oeis.org/A030019>), описанной там как "Number of labeled spanning trees in the complete hypergraph on  $n$  vertices (Also number of labeled connected graphs where every block is a complete graph)", а также  $OB(n,2)$  из Теоремы 22, совпадающая с A213269, описанной там как "The number of edges in the directed graph of the 2-opt landscape of the symmetric TSP". В обоих случаях в энциклопедии приведены математические формулы, ссылки на публикации и многочисленные перекрёстные связи. Природу этих, вероятно, неожиданных совпадений автору стоит изучить, разумеется, уже за рамками её диссертации, в продолжение тех же исследований. Я также рекомендую диссертанту обогатить OEIS своими новыми последовательностями, внося их туда самостоятельно.

Перехожу к заключению. В целом я рад видеть новые интересные (и хорошо изложенные в диссертации) результаты в этой казалось бы хорошо изученной области перечислительной комбинаторики. Их уровень и объём достаточны, чтобы заключить, что рассматриваемая работа безусловно удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Соответственно я рекомендую диссертационному Совету присвоить её автору, Анне Константиновне Мелешко, учёную степень кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Ведущий научный сотрудник отдела комбинаторных моделей и алгоритмов  
Института математики Национальной академии наук Беларуси,

кандидат физико-математических наук

В.А.Лисковец

22 января 2018 года

Беларусь, г.Минск

220072, ул. Сурганова, 11

т. 375 17-284-1762, [liskov@im.bas-net.by](mailto:liskov@im.bas-net.by)

Подпись научного сотрудника Института математики В.А. Лисковца удостоверяю

Ученый секретарь Института математики  
Национальной академии наук Беларуси,  
кандидат физико-математических наук



В.В.Лепин