

**Отзыв научного консультанта
о соискателе ученой степени доктора физико-математических
наук Дарьиной А.Н., представляющей диссертацию по теме
«Методы решения задач оптимального управления с фазовыми
ограничениями, возникающими в робототехнике»**

Научные поиски А.Н. Дарьиной направлены на теоретическое и численное исследование различных классов задач оптимального управления с ограничениями. Диссертационная работа затрагивает различные аспекты теории и также приложения, преимущественно в классической робототехнике. Предлагаются новые вычислительные алгоритмы в рамках непрямого подхода на основе принципа максимума Понтрягина. Существенным аспектом является наличие фазовых ограничений нерегулярного типа - так называемых фазовых ограничений второго порядка, или глубины 2.

Хорошо известно, что принцип максимума успешно применяется для решения различных прикладных задач управления с ограничениями. Такие приложения в большом количестве существуют в робототехнике. Однако, задачи с фазовыми ограничениями представляют особую трудность, связанную с тем, что условия принципа максимума содержат меру множитель Лагранжа, которую сложно выразить через другие экстремальные значения. Действительно, трудность в получении формулы для этого множителя заключается в теоретическом наличии атомарной компоненты. Отметим, что указанная мера корректирует сопряженную систему принципа максимума на тех отрезках времени, на которых экстремальная траектория идет по границе фазового ограничения.

В определенных условиях регулярности траектории относительно фазовых ограничений, а такие условия в диссертации много обсуждаются, мера-множитель непрерывна. Свойство непрерывности меры вместе со свойством регулярности траектории позволяет получить формулу для вычисления меры и достаточно несложно применить вычислительный алгоритм в рамках непрямого подхода, т.е. исходя только из принципа максимума. Такой алгоритм может быть основан на любом из известных методов решения краевой задачи принципа максимума. Однако, если условия регулярности траектории нарушаются, то мера-множитель может иметь атомы. Это обстоятельство значительно усложняет вычисление экстремалей. При этом следует отметить, что ситуация, когда условие регулярности траектории нарушено, является достаточно типичной для многих инженерных приложений, например, в робототехнических системах, где размерность фазового пространства зачастую превышает размерность пространства, в котором лежит управляющий параметр. Самый простой пример – это задача об обходе препятствия мобильным роботом в рамках унитарной модели движения.

Таким образом, априорное нарушение условий регулярности не позволяет применить никакие известные классические или более современные методы вычисления экстремалей в задачах подобного типа в рамках непрямого вычислительного подхода. Диссертация А.Н. Дарьиной посвящена именно этому *нерегулярному случаю* и попытке осуществить вычисления для задач, для которых не имеется стандартных, общепринятых методов решения.

Диссертационная работа достаточно объемна и состоит из четырех глав, посвященных разработке достаточно разных направлений исследования: от чисто теоретических вопросов необходимых для построения вычислительных схем и точного решения (Главы 1, 2, 3) - до реальных прикладных задач управления движением мобильного робота в условиях неопределенности (Глава 4). Причем материал глав связан друг с другом. Так, например, точные решения, найденные в Главе 2 для простейших моделей, используются в Главе 4 при аппроксимации более сложной модели, которая отвечает некоторой реальной модели используемой на практике. Прокомментирую поподробнее результаты Глав 1, 2,

матика которых мне близка, и по которым у нас с А.Н. Дарьиной имеется несколько совместных работ.

В первой главе предлагается решать описанную выше нерегулярную задачу управления с помощью некоторого метода регуляризации с положительным параметром ε . Основу для этой главы составляет одна из главных работ диссертанта: *Daryina, A.N., Diveev, A.I., Karamzin, D.Y., Pereira, F.L., Sofronova, E.A., Chertovskikh, R.A. Regular Approximations of the Fastest Motion of Mobile Robot under Bounded State Variables (2022) Computational Mathematics and Mathematical Physics, 62 (9), pp. 1539-1558*, в которой, по моему мнению, А.Н. Дарьина является первым автором не только в порядке русского алфавита, но и по объему проделанной работы. Эту же работу я бы записал в основные достижения диссертанта. Важно отметить, что регуляризации подвержены как правая часть управляемой динамической системы с помощью дополнительного управляющего параметра v так и минимизируемый функционал. При этом важно отметить, что регуляризация фазовых ограничений происходит за счет ε -возмущения именно динамической системы, а возмущение по функционалу – это способ избежать особых режимов управления.

В Главе 1 с помощью ε -аппроксимаций была решена задача быстрогодействия для мобильного робота при обходе препятствия. Несмотря, на общий положительный ответ и доказанную сходимость ε -траекторий к решению, имеются и некоторые недочеты в таком подходе. Основной вопрос касается оценки скорости сходимости траекторий относительно ε . Такая оценка представляется корневой, но понятно, что корневая оценка сходимости является слабой и малоинтересна для приложений.

В связи с этим вопросом возникает необходимость в получении новых более тонких необходимых условий оптимальности первого порядка в задачах с фазовыми ограничениями типа неравенств и разработке методов решения задачи, основанных на высших порядках регулярности траектории. И этой тематике посвящена вторая глава, в которой как альтернатива регуляризации предлагается снова обратиться к классическому подходу, основанному на решении краевой задачи, но, важно отметить, что определенным образом модифицированной краевой задачи.

Основная идея, возникающая здесь, заключается в применении модифицированного принципа максимума, адаптированного для задач быстрогодействия 2-го порядка с фазовыми ограничениями. На основе этих условий оптимальности предлагается вычислительный алгоритм для решения таких задач в рамках непрямого подхода, который существенным образом строится на условии 2-регулярности процесса управления относительно фазовых ограничений. Исследуются свойства непрерывности множителя Лагранжа. Приводятся оценки скачка его производной в точках стыка. Затем предложенный алгоритм применяется для численного решения типовой задачи.

В целом считаю работу А.Н. Дарьиной содержательной и выполненной на высоком научном уровне.

В.н.с. отдела 55 ФИЦ ИУ РАН, д.ф.-м.н.

Карамзин Д.Ю.

Подпись руки Карамзина
Завещаю

Зам. директора филиала
Караимов В.А.

