

На правах рукописи

Ильясов Руслан Хизраилевич

**МЕТОДОЛОГИЯ СПЛАЙН-МОДЕЛИРОВАНИЯ
И АНАЛИЗА ПОТОКОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ
С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ**

Специальность 08.00.13 –
Математические и инструментальные
методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
доктора экономических наук

Москва – 2022

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Чеченский государственный университет имени Ахмата Абдулхамидовича Кадырова» на кафедре учёта, анализа и аудита в цифровой экономике.

Научный консультант: **Плотников Владимир Александрович**
доктор экономических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Назаров Дмитрий Михайлович**
доктор экономических наук, доцент,
Уральский государственный экономический
университет, кафедра бизнес-информатики,
заведующий кафедрой; кафедра
информационной безопасности, заведующий
кафедрой

Родионов Дмитрий Григорьевич
доктор экономических наук, профессор,
Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого, Высшая
инженерно-экономическая школа Института
промышленного менеджмента, экономики и
торговли, директор

Шаныгин Сергей Иванович
доктор экономических наук, доцент,
Санкт-Петербургский государственный
университет, кафедра статистики, учета и аудита,
доцент

Ведущая организация: **Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский
университет)**

Защита состоится «03» октября 2022 года в 14.00 час на заседании диссертационного совета Д 002.073.06 при Федеральном исследовательском центре «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН) по адресу: 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40, корп. 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на официальном сайте ФИЦ ИУ РАН <https://www.frccsc.ru>.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные оттиском печати, просьба высыпать по адресу: 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2, ФИЦ ИУ РАН, диссертационный совет Д 002.073.06.

Автореферат разослан «_____» 2022 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 002.073.06

М.П. Фролова

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Цифровизация процессов производства, накопления, рыночного обмена и распределения в масштабах планеты требует разработки новой методологии моделирования и исследования потоков в трансформационной экономике. Классические модели и методы сглаживания динамики, абстрагирующиеся от учёта малых изменений, были эффективны при исследовании инерционных процессов в экономических системах с устойчивой структурой. Точность моделируемых процессов в экономике по требованию (*on-demand economy*) становится необходимой для выявления локальных замедлений и ускорений роста, для управления экономическими системами в режиме реального времени. Развитие методологии моделирования потоков сплайнами должно повысить эффективность автоматизированного адаптивного управления процессами в экономических системах.

Экономические системы в масштабах экономики государства, отрасли, предприятия можно представить состоящими из статической и динамической частей. Запасы, также известные как уровни накопления, состояния, фонды, используются для представления результатов реальных процессов, определяя статическую часть экономической системы. В то же время, качество современного развития характеризуется не столько величинами состояний, сколько их изменениями – потоками, определяя динамику экономической системы. Опора на быстро протекающие экономические процессы заставляет присмотреться к основополагающим в экономической теории трём типам экономических показателей внутри некоей категории «количество» – это «переменные», «потоки» и «запасы». Экономисты обоснованно различают их, исходя, в частности, из их динамических особенностей.

Диссертационное исследование посвящено разработке и развитию методологии построения динамических сплайн-моделей переменной структуры, их исследованию, аппаратной реализации и верификации для работы с экономическими потоками с получением нового динамического экономического качества анализа. «*Динамические модели*» – это инструмент для изучения экономической динамики, науки об экономических показателях во временном аспекте, их текущем анализе, взаимных связях, цикличности и конкуренции. В диссертации рассматриваются динамика и динамические модели не самих показателей или запасов, а той их подвижной части, которая называется «*экономическими потоками*». Для изучения потоков в экономических системах с переменной структурой предложена методология сплайн-моделирования с поиском численных, аналитических и графических решений в евклидовом и фазовом пространствах.

Новая методология строится на моделировании потоков сплайнами. Сплайн-моделирование позволяет привлечь к изучению экономической динамики методы дифференциального исчисления, сплайн-параметрического анализа взаимосвязей, фазового анализа цикличности, динамического изучения конкуренции, находит экономические аналоги физического движения. Главное отличие сплайн-методологии от подходов классической эконометрики состоит в абсолютно точном следовании моделей эмпирическим данным, в изучении взаимосвязей, циклов и тенденций развития через модели скорости и ускорения экономического движения. Обращение к производным сплайн-моделям, работающим с экономическими тенденциями, позволяет более точно находить, анализировать и визуализировать конъюнктуры, вычислять «латентные» корреляции потоков, их конкуренцию на рынке, изучать

сезонность и цикличность потоков в фазовом пространстве, пользоваться их физическими эквивалентами. Точность, достоверность и наглядность методов исследования достигаются моделированием потоков без ошибок аппроксимации, взаимной релевантностью полученных в системе компьютерной математики Maple 17 аналитических, количественных и графических решений.

Степень разработанности темы. Вербальные понятия о запасах и потоках в экономике, о взаимосвязях между ними появились достаточно давно. Перечислим монографии известных учёных-экономистов, исследовавших потоки в экономике. Лоуренс Харрис (*Laurence Harris*) преуспел с «запасами» и «потоками» в денежной теории, в частности, в управлении денежными потоками и при манипуляциях с запасами. Известный экономист Ирвинг Фишер (*Irving Fisher*) широко пользовался этими понятиями также в количественной теории денег. Поток денежной массы им интерпретировался как денежный оборот. Джон Кеннет Гэлбрейт (*John Kenneth Galbraith*) в своей книге «Новое индустриальное общество» предлагает разделять понятия «запасы» и «потоки» и по-разному их использовать в экономическом анализе. Следует упомянуть также Эдвина Эмиля Уитта (*Edwin Emil Witte*) и его модель 1963 г. с прямым использованием понятий запасов и потоков. В экономической практике бытует фраза: «Поток – это производная запаса».

В том или ином качестве многие российские учёные-экономисты работали с запасами и потоками: Л.И. Александрова, А.И. Алексеева, В. Анташов, И.М. Бабук, О.С. Белокрылова, В.Д. Богатырёв, Е.С. Вакуленко, Ю.В. Васильев, А.Г. Войтов, Р.Р. Галяутдинов, О.Е. Геоманова, М.Е. Дорошенко, Н.П. Кетова, Л.В. Костылева, Г.М. Куманин, Л.В. Кунцман, А.В. Малеева, Н.В. Мкртчян, Л.А. Николаева, В.Н. Овчинников, И.Е. Рудакова, С.В. Рязанцев, С.М. Сергеев, Г. Уварова, В.М. Усоскин, Л.И. Ушвицкий, К.К. Фурманов, И.П. Чёрная и др.

Методы дифференциального исчисления находят своё применение в экономических исследованиях, чаще всего в анализе предельных величин. Перечислим отечественных учёных, обращавшихся к производным в экономических исследованиях: Е.Н. Братищева, О.А. Волгина, К.В. Демьянов, В.А. Колемаев, В.И. Левин, Т.Н. Первозванская, А.А. Первозванский, В.Е. Тараков, В.В. Таракова, И.Г. Торгашина, Г.В. Хомкалов и др. Наиболее точно о роли производной в изучении динамики написал Ф. Энгельс, подчёркивая, что «дифференциальное исчисление даёт естественному возможностью изображать математически не только состояния, но и процессы: движение».

Объём и содержательен обзор работ по динамическим экономическим моделям, временному анализу конъюнктур и развитию новых эконометрических методов, абстрагирующихся от слаживающих процедур. Развитие методов сплайн-методологии начинается с истории организующих её математических конструктов, сплайн-функций или многозвенников. Впервые к сплайнам с получением математических результатов обратился Леонард Эйлер, разработав «метод ломаных». В качестве теории аппроксимация сплайнами впервые появилась в 1949 г. в статье¹ И.Д. Шёнберга и А. Уитни.

Обращение к сплайнам в экономических исследованиях было очень редким. Одним из первых научных трудов в этом направлении была монография² Д. Пуарье – в ней исследовались проблемы моделирования сплайнами структурных скачков в экономике. Первая отечественная работа по экономическим приложениям сплайнов в

¹ Schoenberg I.J., Whitney A. Sur la positivité des déterminants de translations de fonctions de fréquence de Polya avec une application au problème d'interpolation par les fonctions "spline" // Comptes Rendus. 1949. Vol. 228. P. 1996-1998.

² Poirier Dale J. The Econometrics of Structural Change. With Special Emphasis on Spline Functions. Amsterdam; New York; Oxford: North-Holland Publishing Company, 1976. 183 p.

концепции последовательных экономических структурно-переменных моделей³ появилась в 1987 г. В ней отмечена выдающаяся роль сплайнов как моделей с последовательно варьируемой структурой.

Начиная с 1999 года работы российских учёных заметно расширили спектр новых подходов к мониторингу, моделированию, анализу, визуализации и прогнозированию экономической динамики. Ряд публикаций Ф.Б. Боташевой, И.М. Брусневой, С.И. Бутова, И.Г. Винтизенко, А.Б. Давыдова, З.К. Куловой, А.В. Чадранцева, В.С. Яковенко и др. рельефно обрисовал ту роль, которую новая исследовательская платформа с её парадигмой, «кусочной» и циклической концепциями, сплайнами, фазовым пространством и фазовыми преобразованиями экономической динамики, полиформными моделями, системами компьютерной математики – характерными чертами нового экономического знания – начинает играть в динамических разделах экономической науки. Свод полученных экономико-математических знаний был представлен в научной монографии «Новая эконометрика» в 2018 г.

Для аналитического преобразования динамики запасов и потока, для выявления «латентных» взаимосвязей между потоками, изучения их сезонности и цикличности, изучения воздействия событийных составляющих динамики, поиска эконофизических характеристик экономического движения требуется переход к точным, структурно-вариативным моделям с непрерывным временем.

Цель и задачи исследования. Целью исследования является разработка, научное обоснование и развитие методологии кусочно-полиномиального моделирования экономических потоков, совершенствование методов анализа тенденций, цикличности и взаимосвязей между потоками в экономических системах с переменной структурой.

В соответствии с поставленной целью в диссертационной работе решаются следующие задачи:

- 1) сформулировать теоретические основы аналитического описания и исследования потоков в современных трансформационных экономических системах;
- 2) обозначить требования к математическому аппарату аналитического представления и определить способы взаимного преобразования динамики запасов и потока;
- 3) предложить методологию сплайн-моделирования потоков с поиском численных, аналитических и графических решений в евклидовом и фазовом пространствах;
- 4) обозначить требования к инструментальным средствам моделирования и анализа динамики потоков;
- 5) оценить аналитичность производных при изучении экономических тенденций, выявлении «латентных» корреляций в динамике потоков, исследовании динамической конкуренции, фазовом анализе сезонности и цикличности, при использовании физических эквивалентов потоков в экономике;
- 6) разработать метод сплайн-параметрического моделирования и анализа взаимосвязей между потоками, изучить эффективность метода при исследовании «латентных» корреляций;
- 7) оценить эффективность сплайн-методологии при анализе динамической конкуренции потоков в экономических системах;
- 8) адаптировать метод фазового анализа к моделированию и исследованию цикличности потоков в экономике;

³ Сплайн-функции в экономико-статистических исследованиях. Сборник статей. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, ИЭОПП СО АН СССР, 1987. 206 с.

9) дополнить категориальный аппарат экономической теории терминами и динамическими характеристиками физического движения. Разработать и применить аналитические модели экономического движения к факторному анализу стоимости потоков.

Объектом исследования являются потоки в экономических системах с переменной структурой.

Предметом исследования является методология сплайн-моделирования и исследования потоков в трансформационных экономических системах.

Теоретической и методологической основами диссертационной работы являются труды отечественных и зарубежных учёных по математическому моделированию экономической динамики, анализу тенденций, сезонности и цикличности, методам управления сложными социально-экономическими системами. Исследование базируется на положениях общей теории систем, конвергенции теории динамического экономического сигнала и теории его составной части – экономических потоков, а также на построениях эконометрической теории. При проведении исследования использованы методы, присущие вышеуказанным теории и методологии.

Информационной базой исследования послужили данные Федеральной службы государственной статистики, Центрального Банка Российской Федерации, Аналитического центра при Правительстве РФ, Eurostat'a, Организации стран – экспортёров нефти, нормативно-правовые и законодательные акты РФ, материалы научных исследований и разработок, тематические Интернет-ресурсы.

Соответствие содержания диссертационного исследования паспорту научной специальности. Диссертационное исследование выполнено согласно п. 1.1 «Разработка и развитие аппарата анализа экономических систем: математической экономики, эконометрики, прикладной статистики, теории игр, оптимизации, теории принятия решений, дискретной математики и других методов, используемых в экономико-математическом моделировании», п. 1.2 «Теория и методология экономико-математического моделирования, исследование его возможностей и диапазонов применения: теоретические и методологические вопросы отображения социально-экономических процессов и систем в виде математических, информационных и компьютерных моделей», п. 1.8 «Математическое моделирование экономической конъюнктуры, деловой активности, определение трендов, циклов и тенденций развития» Паспорта научной специальности 08.00.13 «Математические и инструментальные методы экономики» (экономические науки).

Научная новизна полученных результатов заключается в разработке методологии математического моделирования динамических потоков сплайнами, в создании инструментальной платформы анализа потоков в трансформационных экономических системах, в получении точных количественных, аналитических и графических результатов исследования.

Наиболее существенные результаты исследования, обладающие научной новизной, полученные лично соискателем:

1. Сформулированы теоретические основы аналитического описания и исследования потоков в современных трансформационных экономических системах. Рассмотрены особенности экономического движения, структурированы проблемы аналитического описания динамических потоков в условиях глобальной нестабильности, рекурсивности, сетевого характера и цикличности современной экономики.
2. Обозначены требования к математическому аппарату аналитического представления и определены способы взаимного преобразования динамики запасов и

потока. Моделирование динамики экономических показателей предложено выполнять полиформными функциями, отличающимися подстройкой своей структуры к меняющимся во времени условиям хозяйствования. Обоснована необходимость сохранения точности эмпирического сигнала при переходе от изучения динамики состояний (запасов) в экономических системах к изучению динамики изменений – потоков. При моделировании динамики состояний (динамики задолженности по кредитам, запасов денежной массы, запасов энергоресурсов и др.), показана эффективность сохранения абсолютной точности данных, что является необходимым условием перехода к изучению реальных изменений в запасах – потоков платежей, эмиссии денег, потоков добычи и экспорта нефти и др.

3. Разработаны сплайн-модели и предложены методы анализа потоков в евклидовом и фазовом пространствах. Показано, интерполирование сплайнами обеспечивает сохранение точности результатов при реализации известного механизма преобразования динамики запасов в потоки. Обращение к новому разделу экономического знания – методологии сплайн-моделирования и исследования динамики потоков дало более точный источник знаний о тенденциях и факторах развития экономических систем. Методология сплайн-интерполяционного моделирования динамики адаптирована к научно-обоснованному решению задач управления потоками в экономических системах с переменной структурой. В частности, доказана эффективность сплайн-моделирования для управления нерегулярными потоками – изменениями в запасах за временные интервалы произвольной длины. В условиях цифровизации это должно найти практическое применение в адаптивном управлении нерегулярными потоками в режиме реального времени, например, потоками платежей по кредиту, реализации товаров, потоками экспорта и др.

4. Обозначены требования к инструментальным средствам исследования. Моделирование и анализ динамики потоков выполнены в системе компьютерной математики Maple 17, обеспечившей абсолютную точность сплайн-моделирования, анализа и визуализации. Система при исследовании потоков стала эталоном инструментария, позволившим автоматически и экономно выполнять расчёты в рациональных числах без ошибок округления, строить аналитические модели и преобразовывать их без сглаживаний реальной динамики, визуализировать результаты в евклидовом и фазовом пространствах.

5. Оценена эффективность методов дифференциального исчисления при изучении экономических тенденций, выявлении «латентных» корреляций в динамике потоков, исследовании динамической конкуренции, фазовом анализе сезонности и цикличности, при обращении к физическим эквивалентам экономических потоков. Выявлено, что экономические потоки, как первые производные запасов, находят раньше, более рельефно и точно особые точки, «точки возврата», точки начал и причин изменения запаса как динамического показателя, через них операцией интегрирования определяется сам уровень запаса. Моделирование кубическими сплайнами позволило работать с динамикой запасов и потоков в моделях с непрерывным временем, широко используя аналитический потенциал производных – аналогов мгновенной скорости и ускорения изменений в запасах.

6. Разработан метод сплайн-параметрического моделирования и анализа взаимосвязей между потоками. На примере потоков в экономике России показана возможность существования «скрытых» или «латентных» взаимосвязей, не проявляющихся в динамике экономических показателей внутри коротких временных интервалов – методы классической эконометрики оказываются для их исследования недостаточно эффективными. Сплайн-методология выявляет «латентные» корреляции

«тенденций», сравнивая колебания скорости развития процессов. Анализ первых производных моделей экономической динамики становится эффективным и для выявления точек переключения регрессии.

7. Оценена эффективность сплайн-методологии при анализе динамической конкуренции потоков в экономических системах. В диссертации предложен и детально исследован математический аппарат построения динамического «коэффициента конкуренции», детализирующего изменение роли каждого экономического потока в рыночном противостоянии. «Коэффициент конкуренции» наглядно и количественно показывает относительность вклада с течением времени того или иного производителя или экспортёра в совокупный, динамично меняющийся результат на рынке, в динамике определяет амплитуду и скорость взаимного «вытеснения» потоков.

8. Адаптирован метод фазового анализа к моделированию и исследованию цикличности потоков в экономике. Фазовое пространство агрегировано для погружения в него модельного континуума экономических потоков. Фазовый анализ открывает возможности многомерного исследования цикличности и периодичности динамических потоков в экономике. Фазовый анализ динамики экономических потоков позволил точнее определять амплитуду, периоды и фазы циклов.

9. Дополнен категориальный аппарат экономической теории терминами «экономический импульс», «экономическая сила», «экономическая потенциальная энергия» и «экономическая кинетическая энергия» потоков по аналогии с динамическими характеристиками физического движения. Разработанные аналитические модели «экономического импульса» применены к факторного анализу стоимости потоков. Сплайн-моделирование потоков позволило интерпретировать производные как скорость и ускорение экономического движения по аналогии с физическим, определять его количественные характеристики – скорость, ускорение, импульс, масса, сила и др. На примере потоков экспорта нефти предложен метод аналитического представления «экономического импульса» как первой производной сплайн-модели динамики товарооборота. Построенная модель «экономического импульса» позволяет в динамике анализировать зависимость тенденций стоимости потока экспорта от двух взаимосвязанных факторов – скорости изменений физических объёмов экспорта и экспортных цен на нефть.

Теоретическая значимость исследования заключается в развитии научной методологии, позволяющей заменять экономические показатели доминантных процессов экономики на экономические потоки, исследовать корреляционные и конкурентные взаимодействия потоков с «погружением» в математические конструкты, евклидово и фазовое пространства, с их цифровизацией и моделированием. Динамика потоков в экономике оказывается более информативной, чем динамика состояний или запасов. Разработан континуум концептуально новых структурно-переменных математических моделей динамики потоков экспорта России, колебаний курса национальной валюты, изменений запасов денежной массы, задолженности по жилищным кредитам и др. – полиформных, которыми моделируется поведение экономических потоков как первых производных запасов и апробируется замена ими экономических показателей. Стратегический характер поддержки принятия решений реализуется разработкой принципиально новой математической оболочки в модельном континууме – последовательно-переменной структуры полиформных моделей на базе сплайнов. Точное совпадение эмпирического материала и модели во всех узловых точках, наилучшая и оптимальная (через минимум кривизны по теореме Холлидея) «сшивка» фрагментов сплайна в единый ансамбль, определили высокую точность и релевантность моделей.

Программный инструментарий исследования базируется на универсальной системе компьютерной математики, экономно выполняющей математические и логические операции – аналитически, графически и численно. Результаты, полученные лично автором, развивают методологию моделирования и анализа потоков в сложных экономических системах. Методы сплайн-методологии могут служить платформой для совершенствования технологии адаптивного управления развитием динамических систем.

Практическую значимость исследования имеют методические разработки автора по математическому моделированию и анализу, совершенствованию информационного инструментария принятия управленческих решений, релевантных практике, при работе с экономическими потоками. Особо выделим развитие методологии сплайн-моделирования для работы в современной сетевой, стохастичной и турбулентной цифровой экономике. Математические полиформные модели стали универсальным инструментом для исследования экономических потоков. Методы новой методологии могут повысить научную обоснованность разрабатываемых программ развития и технологий управления процессами на макро- и микроуровне. Контигуум построенных моделей формирует научно-исследовательскую платформу для экспертов и лиц, принимающих решения по оперативному управлению режимами функционирования экономических систем.

Обоснованность и достоверность полученных результатов исследования обеспечены анализом трудов отечественных и зарубежных учёных в сфере моделирования, анализа и управления процессами в экономических системах, применением в ходе исследования апробированных научных методов, корректным теоретическим и экономико-математическим обоснованием приведённых утверждений, непротиворечивостью полученных автором результатов, их соответствием теоретическим и методическим положениям в части развития методологии моделирования, анализа и управления потоками в экономике. В структуру исследования инкорпорирована система компьютерной математики *Maple 17*. Привлекаемые математические методы моделирования и информационные технологии обработки данных обеспечили аналитическую строгость, количественную точность и наглядность эконометрических построений.

Апробация работы. Отдельные промежуточные результаты исследования и итоговые достижения обсуждались на международных, всероссийских и региональных конгрессах, научно-практических конференциях и симпозиумах, в частности на: IV Всероссийской (Национальной) научно-практической конференции «Индустрія 5.0, цифровая экономика и интеллектуальные экосистемы» (Санкт-Петербург, 2021); XIII-ой научно-практической конференции с международным участием «Иновации и экономика промышленности» (Санкт-Петербург, 2021); XVIII-ой Всероссийской с международным участием научно-практической конференции «Теория и практика экономики и предпринимательства» (Гурзуф, 2021); Международной научно-практической конференции «International Conference on Management in Financial Economy» (Ростов-на-Дону, 2021); Второй международной научно-практической конференции «Аграрная экономика в условиях глобализации и интеграции» (Москва, 2019); II-ом Открытом российском статистическом конгрессе «Статистика – язык цифровой цивилизации» (Ростов-на-Дону, 2018); Международной научно-практической конференции, посвящённой 80-летию Чеченского государственного университета (Грозный, 2018); VII-ой Международной научно-практической конференции «Многополярная глобализация и Россия» (Ростов-на-Дону, 2018); Всероссийской научно-практической конференции, посвящённой 45-летию образования Института экономики и финансов ЧГУ (Грозный, 2017);

Международном научном е-симпозиуме «Математические и инструментальные методы экономики: теория и практика» (Москва, 2014); IX-ой Всероссийской научной конференции «Краевые задачи и математическое моделирование» (Новокузнецк, 2008); IV-ой Международной научно-практической конференции «Экономическое прогнозирование: модели и методы» (Воронеж, 2008) и др.

Основные положения и результаты исследования использованы в работе департамента макроэкономического прогнозирования и сводного анализа Министерства экономического, территориального развития и торговли Чеченской Республики, тепличного комплекса «ЮгАгроХолдинг», в ФГБОУ ВО «Чеченский государственный университет им. А.А. Кадырова» в образовательном процессе подготовки магистрантов по направлению 38.04.01 «Экономика» в следующих дисциплинах: «Анализ временных рядов и прогнозирование» и «Эконометрика».

Публикации. По теме диссертации автором опубликовано 60 работ, общим объёмом 77.6 п.л., из них лично автора – 55.6 п.л., в том числе 2 монографии, 16 статей в научных периодических изданиях, рекомендованных ВАК, 6 – в изданиях, индексируемых в WoS и Scopus, 36 – в сборниках и материалах конференций.

Личный вклад. Все положения, выносимые на защиту, изложенные в диссертации, принадлежат лично автору. В работах, выполненных совместно (в соавторстве), автор принимал непосредственное участие в определении направления исследования, в выборе методов и оценке качества полученных результатов анализа.

Структура и объём диссертации. Диссертация изложена на 287 страницах машинописного текста, состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованных источников из 331 наименования, в том числе 284 отечественных и 47 зарубежных источников, иллюстрирована 3 таблицами, 86 рисунками.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Сформулированы теоретические положения аналитического описания процессов в трансформационных системах, развивающие аппарат анализа экономических систем.

Исследование сущности, особенностей, состава и математической взаимосвязи компонент экономических «количество» лежит в основе эффективного выявления и моделирования динамических особенностей экономики. В этой проблеме выдающееся место занимает презентация экономических потоков – наиболее динамичных их представителей. Экономические «количество» состоят из трёх компонент, это переменные экономической конъюнктуры, запасы (активы) и потоки. Анализ, преобразование и расчёт экономических *переменных* составляют основу классической экономической динамики. Из экономических «количество» выделяют «запасы», «накопители», «активы» или «фонды» (*«stocks»*). Накопители представляют собой объекты реального мира, которые сосредотачивают некие ресурсы: знания, идеи, товары, финансы, источники рабочей силы и т.д. Запас – показатель, определяющий неизменное или слабо изменяющееся количество на начало или конец рассматриваемого периода времени, он в полной мере характеризует экономическое состояние, статическое количество, одновременно зафиксированные объемы показателей.

Третим компонентом «количество» стали экономические потоки. Философия развития потребовала усовершенствовать, модифицировать, математически описать и использовать методы представления потоков. «Потоки» (*«flows»*) – активные элементы системы, количество или объём исследуемого показателя, изменяющегося

за определённую единицу (период, интервал) времени. Потоки характеризуют изменения в состояниях экономических систем с течением времени.

Системно потоки и запасы тесно взаимосвязаны: величина потока в экономическом кругообороте, обороте благ и доходов обусловлена перманентными приращениями запаса. Взаимосвязь запасов и потоков составляет исходную экономическую модель «круговых потоков». Потоки «доходов-расходов» и «ресурсов-продукции» осуществляются одновременно в противоположных направлениях и многократно повторяются. Приходящие извне и уходящие туда же потоки называются «инъекциями» и «утечками». Потоки вызывают изменения в запасе.

Потоки и запасы различаются тем, что первые описывают передачу ценностей в экономических системах, вторые – их накопление. Например, накопленный в экономике капитал – запас – результат накопления потока инвестиций; динамический объём инвестиций – поток. Цифровизация позволяет перевести лингвистические конструкции запасов и потоков в точные математические – аналитические, графические и численные – эквиваленты. Необходимость адаптивного управления потоками в цифровой экономике требует точности их модельного представления. В первую очередь это связано с повышением динамичности информационных, финансовых, товарных и др. потоков в экономике за счёт волатильности данных о текущих потребностях производителей, потребителей, поставщиков товаров и услуг.

Например, запросы потребителей товаров или услуг формируются в режиме стриминга (от англ. *«stream»* — «поток», поток данных в онлайн-режиме), что порождает потоки производства, транспортировки и реализации товаров и услуг «по требованию». При этом значительно возрастает роль оптимального планирования и оперативного управления запасами. Традиционные подходы к управлению процессами в экономике, более ориентированные на вероятностные оценки о возможных состояниях экономической системы в будущем, в условиях цифровизации уступают место инструментам системного динамического моделирования, локального анализа непрерывных изменений и адаптивного управления потоками в режиме реального времени.

Развитие теории и методологии управления сложными социально-экономическими системами опирается на концептуальное представление о сущности изучаемых и моделируемых новых объектов управления – экономических потоков, их специфике, взаимной корреляционной сопряжённости, динамической конкурентности, образам их фазового представления, о физических аналогах экономического движения. Классическая эконометрика для аналитического описания динамики состояний пользуется релевантными для задач линейной парадигмы сглаживающими методами. При таком подходе исследователь абстрагируется от локальных изменений в состояниях изучаемой системы, отображая в строящихся моделях обобщённую или усреднённую внутри некоторого интервала времени траекторию развития.

В условиях цифровизации экономики, очевидно, применимость стандартных эконометрических процедур анализа, разработанных для более стабильных условий, ограничивается. Новые подходы к управлению экономической системой требуют её описания не как объекта с фиксированными состояниями, а как процесса последовательных во времени изменений. При этом возникает необходимость учитывать изменения в состояниях за интервалы любой длины, а не только между равномерно-распределёнными моментами времени. На практике это должно позволить управлять нерегулярными потоками платежей, товаров, запросов и др. в режиме реального времени.

В условиях турбулентной и ускоряющейся экономики становится важным исследовать темпоральные особенности скоростей, ускорений или замедлений развития, что требует непрерывного представления процессов методами, уходящими от примитивного сглаживания эмпирического сигнала. Особая роль потоков обнаруживается при исследовании «латентных» корреляций между процессами. Часто можно заметить, что колебания значений факторного признака вызывают лишь незначительные колебания значений результативного признака, особенно если данные представлены значениями показателей типа запас. В то же время потоки (первые производные функции запаса или приrostы запасов) этих процессов могут коррелировать друг с другом гораздо заметнее.

Всё больший интерес у экономистов-аналитиков в условиях глобализации вызывают исследования экономической конкуренции. Существующие методы исследования конкуренции чаще ограничиваются сравнением дискретных «потенциалов» конкурирующих участников рынка. Методы новой методологии предлагают оценивать конкуренцию в динамике, количественно, аналитически и графически представляя темпоральные особенности взаимного воздействия.

Современные экономические исследования динамики всё чаще прибегают к методам естественных наук, в частности, к методам исследования физического движения. В диссертационном исследовании нашли своё эффективное применение фазовый анализ, интерпретация первой и второй производных как скорости и ускорения движения, экономические потоки описываются по аналогии с физическими. Физические характеристики движения, к которым относятся скорость, ускорение, масса, импульс, сила и пр. должны найти своё эффективное применение при исследовании экономических конъюнктур.

2. Обозначены требования к математическому аппарату аналитического представления динамики запасов и потока и определены способы их взаимных количественных и аналитических преобразований.

Основной задачей новой методологии остаётся наполнение эконометрических методов эмпирическим, количественным и аналитическим содержанием априорных экономических рассуждений. В современных условиях цифровизация экономики требует оперативного управления волатильностью развития, анализируя реальные значения эмпирического показателя, часто усредняемые и сглаживаемые методами «классической» эконометрики. Существующие методы эконометрического анализа, не являясь наполненными точными современными математическими и инструментальными подходами, могут искажать научные представления о количественных эквивалентах быстрых, «рывковых» процессов и явлений в современной экономике, о сложном характере взаимосвязи экономических переменных.

Сформулированные Рагнаром Фришем ещё в 1929 г. принципы «старой эконометрики» действительно стады. Методы «старой эконометрики» не показывают готовности менять концептуальную основу в соответствии с новыми требованиями экономики – с её сетевым характером, волатильностью, турбулентностью, спонтанностью, ускорением, усложнением и рекурсивностью. Следующие императивы послужили основой отличий новой методологии аналитического представления и исследования динамических потоков от методов «классической» эконометрики:

- динамике потоков в современной экономике характерны внезапные изменения структуры, выбросы, «переключения» регрессии, событийные возмущения, кризисы, дефолты, падения, нерегулярные колебания на разных темпоральных отрезках

отчётного периода. Динамика реальных значений исследуемого показателя должна получать модельное представление без искажения сглаживанием или усреднениями;

○ универсальная «кусочная» концепция должна учитывать последовательную вариативность структуры при представлении динамики экономических потоков. Это требование реализуется моделированием динамики сплайн-функциями;

○ в новой исследовательской методологии употребляется термин «тонкость» экономического анализа. «Тонкость» – обращение динамического анализа не столько к самим экономическим показателям, сколько к их производным, спектральному составу, четырём статистическим моментам и прочим классическим статистическим свойствам, к широкому спектру синергетических и эконофизических форм;

○ регрессионные соотношения и построения метода наименьших квадратов теряют значения временной координаты, что нарушает последовательность во времени узловых точек. Это губительно во многих аспектах (качество, прогноз, точность) динамических исследований. Новый математический конструкт сохраняет время каждого дискретного отсчёта, позволяя хронометрировать процесс, углубляя представление о его динамике, хроноскопировать циклы, наблюдать последовательную эволюцию взаимосвязей;

○ вовлечение фазового анализа в динамику экономических потоков стало ещё одной полезной инновацией предложенной методологии. При математическом модельном исследовании динамики запасов и их потоков фазовые построения реализованы в виде непрерывных траекторий на фазовых портретах. Исследование обнаруживает эффективность фазовых траекторий при модельном описании периодичности и цикличности экономической динамики, отображая их круговыми или спиралевидными траекториями роста;

○ в исследовании предложено количественно измерять и в динамике изучать конкуренцию или «динамическое вытеснение» потоков на рынке. Исследование динамической конкуренции потоков в экономических системах находит аналитические, графические и численные образы, что составляет необходимый контент методов сплайн-методологии и расширяет возможности эконометрики в анализе рыночных конъюнктур;

○ удачную реализацию в предложенной методологии находят эконофизические идеи – экономические аналоги физического движения расширяют категориальный аппарат экономической теории терминами «импульс», «сила», «потенциальная энергия» и «кинетическая энергия» потоков в экономике;

○ потоком, с математической точки зрения, можно считать изменения во времени любого экономического показателя и его модельной переменной. Тогда при исследовании экономического движения возможен переход от изучения дискретных состояний или зафиксированных значений экономического показателя к анализу мгновенной скорости и ускорения их изменений – производных аналитической функции экономического движения;

○ бывает необходимым определять экономические потоки внутри временных интервалов разной продолжительности. Здесь полезным оказывается известное свойство минимальной кривизны кубических сплайнов, способность восстанавливать пропущенные значения, а также генерировать новые значения в промежутках между «узловым» точками процесса;

○ парафия к нормальному закону, стремление к сохранению в предлагаемых динамических моделях всех значений эмпирического сигнала точными, требуют от исследователя использования и точных методов инструментальной обработки данных. Для эконометрических построений сплайн-методологии отобрана из спектра возможных инструментальных средств система компьютерной математики *Maple*.

Обозначим основу аналитического представления динамики запасов и потока и определим способы их взаимного преобразования. Математически точно: поток – первая разность или первая производная функции, моделирующей динамику запасов. Обозначим через F – *flow* – функцию потока, а через S – *stock* – функцию запаса, тогда:

$$F(t) = \Delta S(t) / \Delta t \text{ или } F(t) = dS(t) / dt = S' . \quad (1)$$

Математические построения обнаруживают естественные для вербального аппарата заблуждения, например, сложение или вычитание запасов и потоков – величин разных размерностей – вещь невозможная. Запас может складываться с поступающими или уходящими потоками через сумму интегралов от начального до конечного времени накопления запаса – от S_L до S_H :

$$S_H = S_L \pm \int \sum F_i(t) dt , \quad (2)$$

где S_L – начальное значение функции запаса; S_H – конечное значение функции запаса; \sum – обозначает суммирование всем i -тым потокам на этом интервале; $F_i(t)$ – один из i -тых потоков.

Переменный уровень показателя запаса математически может сопрягаться с переменным уровнем динамического потока операцией интегрирования (рис. 1).

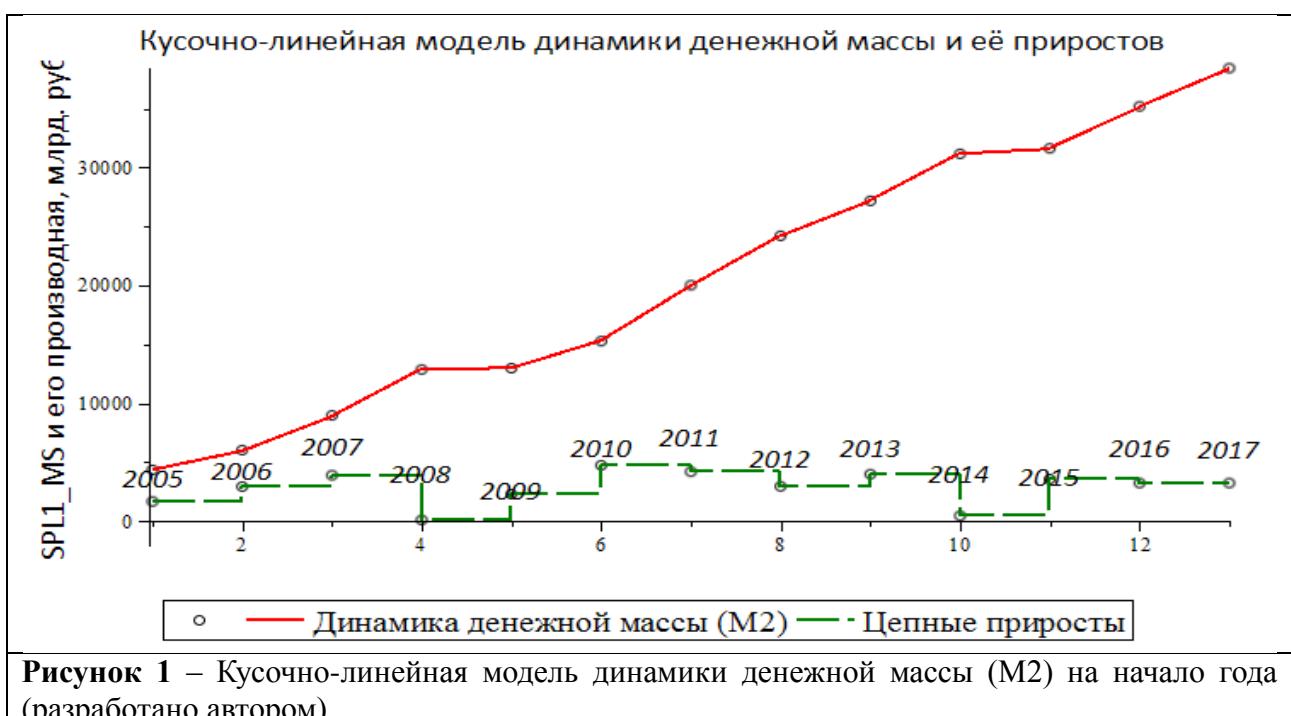


Рисунок 1 – Кусочно-линейная модель динамики денежной массы (M2) на начало года (разработано автором)

Экономические потоки и новая методология своим появлением обязаны повышенной волатильности современной экономической реальности. Дополнительную сложность в условиях всеобщей цифровизации потоков информации вызывает экспоненциальный рост количества факторов, вызывающих множество цепочек последовательных событий с непредсказуемым результатом – эффект, который Нассим Николас Талеб назвал «рекурсивностью».

Растущее число взаимодействующих потоков в экономической системе приводит к появлению новых точек бифуркации, а малые изменения экономического фона могут вызывать значительные возмущения. Всё большее значение в современной экономике играет не столько анализ экономического «потенциала» (активов или запасов) стран, отраслей экономики, предприятий, сколько динамика их

изменений – потоков. Всё меньше нас интересуют статические состояния и их коллизии, всё больший интерес вызывает анализ изменений, отображение потоками малых и медленных изменений экономических активов.

3. Разработаны и предложены методы сплайн-методологии для моделирования потоков и поиска численных, аналитических и графических решений в евклидовом и фазовом пространствах.

В диссертации разработаны математический аппарат, алгоритмы и подходы методологии сплайн-моделирования и исследования потоков в экономических системах с переменной структурой. Предложенная методология исследования потоков в экономике развивает эконометрические методы моделирования динамики как дискретных состояний, так и непрерывных изменений.

При исследовании потоков необходим переход от обработки и сравнения дискретных точек к обработке и сравнению отрезков функций. Такими отрезками функций являются «куски» непрерывного сплайнового ансамбля внутри интервалов на временной оси. Эффективность перехода от сравнения дискретных данных к сравнению отрезков аналогична эффективности перехода от сравнения дискретных состояний (запасов) к сравнению изменений в состояниях (потоков) внутри временных интервалов. Для исследования экономической динамики рынка с вариативной структурой, что актуально для трансформационных экономических систем стран мира, предложена «кусочная» концепция моделирования.

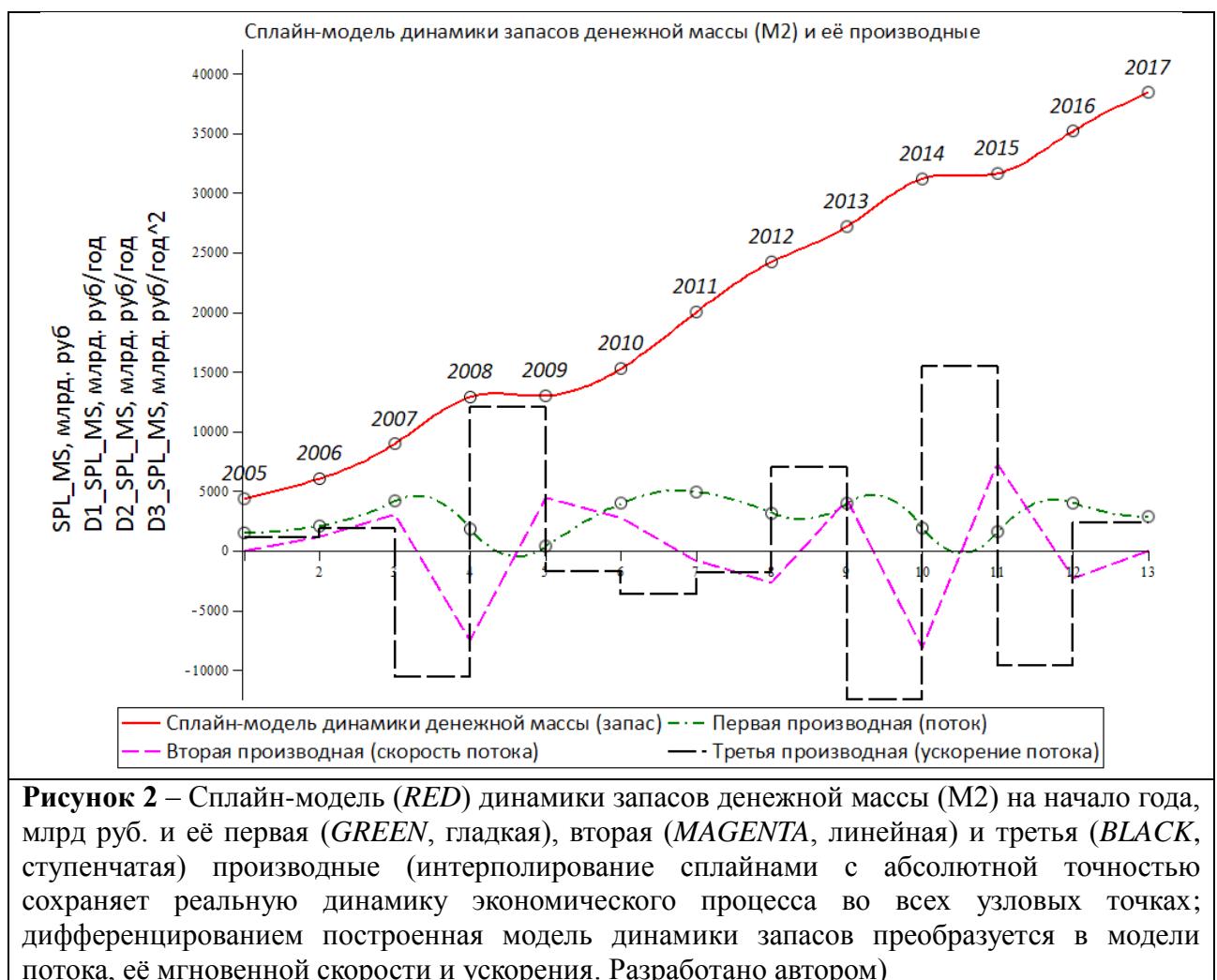


Рисунок 2 – Сплайн-модель (RED) динамики запасов денежной массы (M2) на начало года, млрд. руб. и её первая (GREEN, гладкая), вторая (MAGENTA, линейная) и третья (BLACK, ступенчатая) производные (интерполирование сплайнами с абсолютной точностью сохраняет реальную динамику экономического процесса во всех узловых точках; дифференцированием построенная модель динамики запасов преобразуется в модели потока, её мгновенной скорости и ускорения. Разработано автором)

«Кусочная» концепция стала модельным инструментом изучения турбулентной экономики с переменной структурой, реализованная сплайнами или

«многозвенниками» – объектами с последовательной изменяемой структурой. «Кусочная» интерполяция заменяет единую «мономодель» полиномиальной аппроксимации последовательными отрезками сплайна 1-го, 2-го, ..., q -го порядка, «наилучшим» образом «сшивая» в узловых точках фракталоподобные отрезки самого сплайна и его производных.

При вовлечении сплайнов в состав новой методологии обращалось внимание на особую роль сплайн-интерполяционных моделей – надо, чтобы они были «аналитическими», написанными в символьной форме. Аналитика призвана привлечь в новую методологию весь спектр непрерывного математического анализа, включающий интерполирование, дифференцирование и интегрирование. Непрерывность сплайнов позволила привлечь в исследование потоков аналитический потенциал производных. Производные в исследовании оказываются востребованными поиском «латентной» корреляции потоков, фазовым анализом цикличности с точным хроноскопированием фаз, обращением к физическим аналогам экономического движения, факторным анализом стоимости потоков. Важная роль производной обнаруживается и в механизме взаимного аналитического преобразования запасов и потока (рис. 2).

Интерполирование линейным сплайном моделирует динамику запасов с абсолютно точным сохранением реальных данных в узловых точках:

$$SPL_MS = \begin{cases} 2676 + 1678t & t < 2 \\ 154 + 2939t & t < 3 \\ -2723 + 3898t & t < 4 \\ 12441 + 107t & t < 5 \\ 1516 + 2292t & t < 6 \\ -13196 + 4744t & t < 7 \\ -9339 + 4193t & t < 8 \\ 525 + 2960t & t < 9 \\ -8754 + 3991t & t < 10 \\ 26556 + 460t & t < 11 \\ -7588 + 3564t & t < 12 \\ -3676 + 3238t & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

Дифференцированием кусочно-линейной функции SPL_MS модель динамики запасов денежной массы (3) преобразуется в кусочно-постоянную модель потока $D1_SPL_MS$ с постоянной между узловыми точками мгновенной скоростью изменения запасов:

$$D1_SPL_MS = \begin{cases} 1678 & t < 2 \\ 2939 & t < 3 \\ 3898 & t < 4 \\ 107 & t < 5 \\ 2292 & t < 6 \\ 4744 & t < 7 \\ 4193 & t < 8 \\ 2960 & t < 9 \\ 3991 & t < 10 \\ 460 & t < 11 \\ 3564 & t < 12 \\ 3238 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

Сравним полученную аппроксимацией по методу наименьших квадратов (МНК) модель динамики запасов денежной массы (M2) с результатами интерполяции кубическим сплайном (рисунок 3):

$$LSM_MS = -\frac{42533}{3432}t^3 + \frac{2326669}{8008}t^2 + \frac{11914897}{12012}t + \frac{468928}{143}. \quad (5)$$

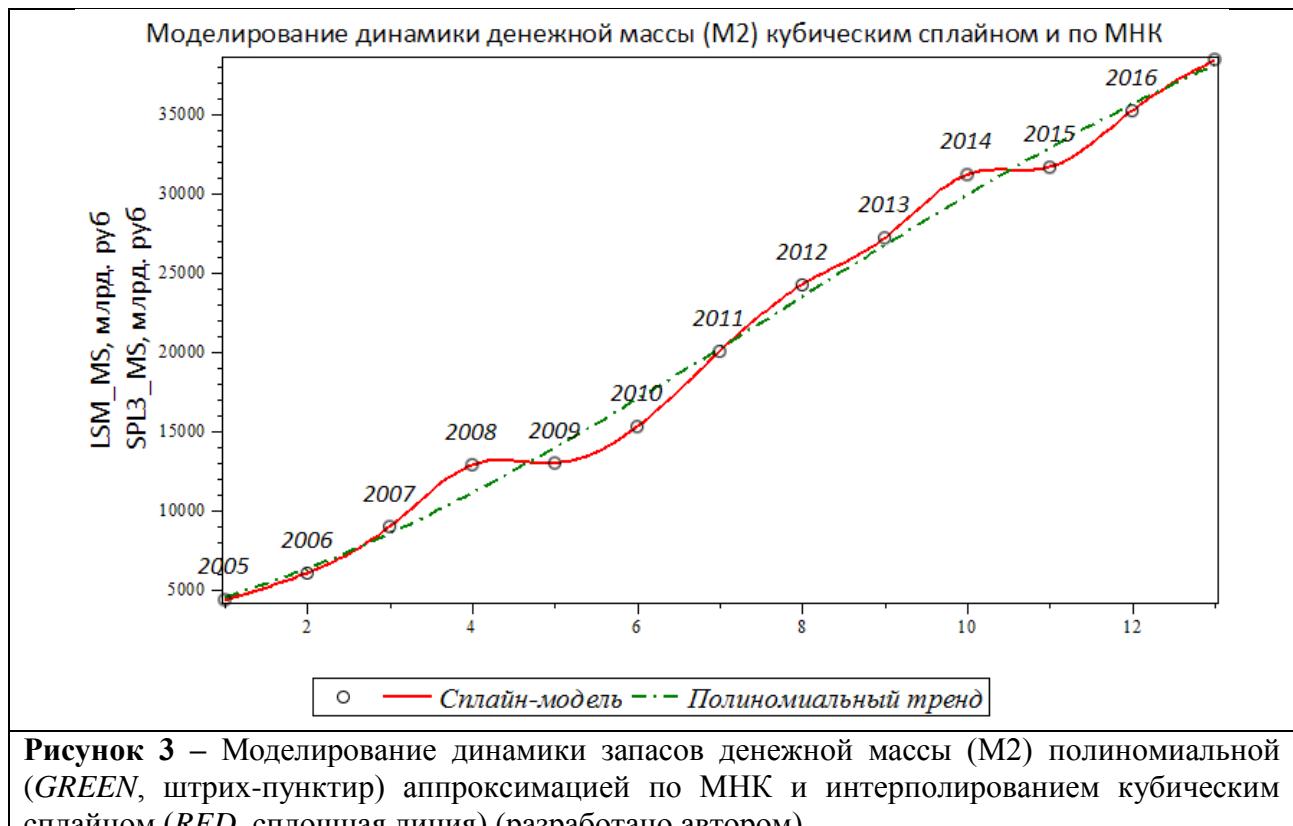


Рисунок 3 – Моделирование динамики запасов денежной массы (M2) полиномиальной (GREEN, штрих-пунктир) аппроксимацией по МНК и интерполяции кубическим сплайном (RED, сплошная линия) (разработано автором)

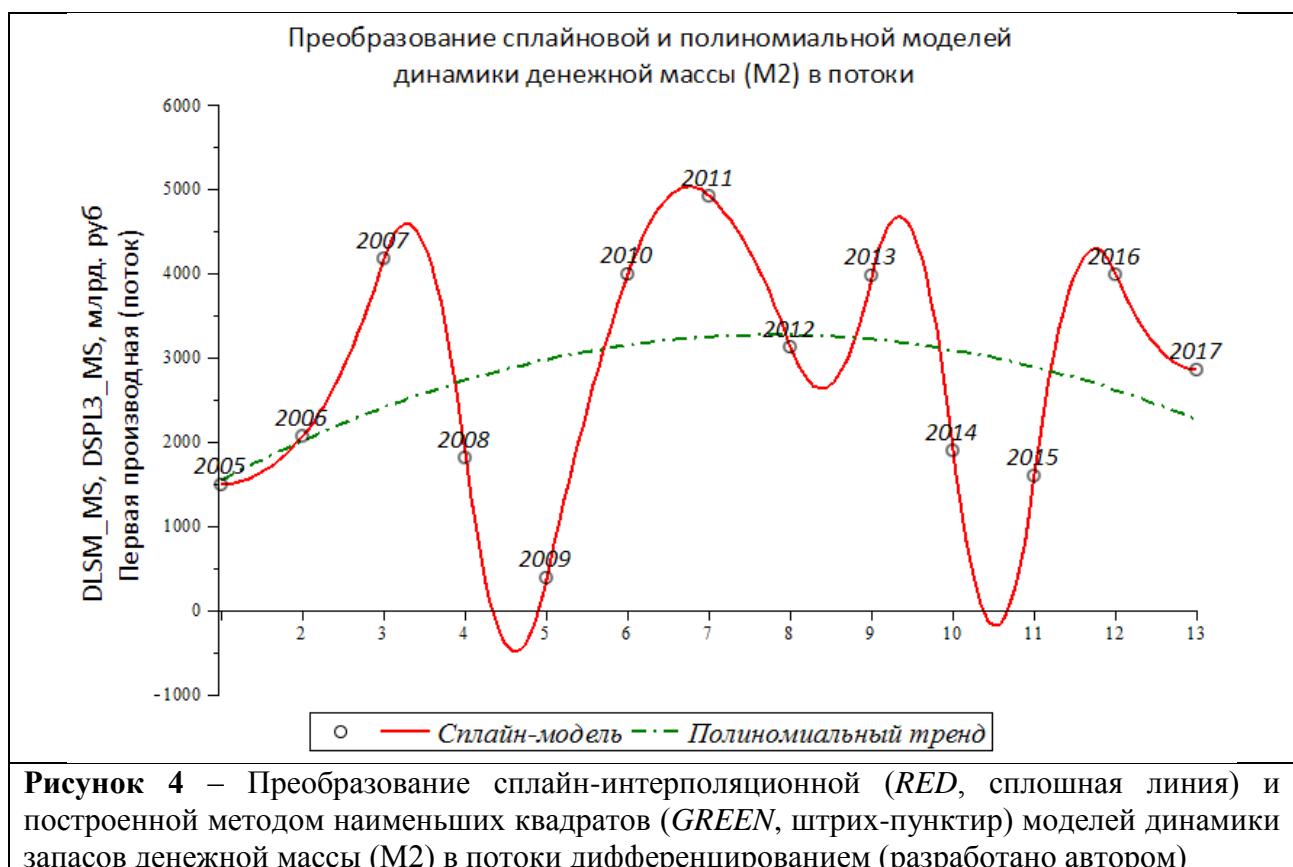


Рисунок 4 – Преобразование сплайн-интерполяционной (RED, сплошная линия) и построенной методом наименьших квадратов (GREEN, штрих-пунктир) моделей динамики запасов денежной массы (M2) в потоки дифференцированием (разработано автором)

Построенная полиномиальная модель (5) не всегда совпадает с фактически достигнутыми значениями запасов денежной массы в узловых точках (рис. 3). Дифференцированием перейдём к полиномиальной модели потока:

$$D1_LSM_MS = -\frac{42533}{1144}t^2 + \frac{2326669}{4004}t + \frac{11914897}{12012}. \quad (6)$$

Анализ показывает, что первая производная (6) сглаживающего полинома (5) не сохраняет информацию о локальных ускорениях и замедлениях процесса – поток представляет собой усреднённую траекторию роста (рис. 4).

Классическая эконометрическая модель проводит свои траектории мимо точек реальных состояний, а качество приближения в среднем проверяется коэффициентом детерминации. Аналитический образ полученной модельной кривой остаётся достаточно далёким от истинной аналитики и контролируется чаще субъективными оценками исследователя. Необходимо заметить, что генерируемые методом наименьших квадратов ошибки аппроксимации нивелируют информацию о последовательных изменениях состояний – приростах денежной массы - потоках.

Дифференцирование полиномиальной модели отодвигает аналитику от истины ещё далее. Отсюда результаты исследования корреляций, цикличности, сезонности и конкуренции потоков будут страдать неприемлемыми для эффективного управления ошибками. При этом очевидна репрезентативность кубической сплайновой модели (7) реальному экономическому процессу:

$$\begin{aligned} SPL_MS := & \begin{cases} (99185273/526890)t^3 - (99185273/175630)t^2 + (541245983/263445)t + 2676 & t < 2 \\ (33696385/105378)t^3 - (237778577/175630)t^2 + (27343597/7527)t + 142597404/87815 & t < 3 \\ -(932233753/526890)t^3 + (3064368457/175630)t^2 - (13902635758/263445)t + 1019163591/17563 & t < 4 \\ (1057725587/526890)t^3 - (376574531/13510)t^2 + (33856388402/263445)t - 3226083001/17563 & t < 5 \\ -(29994791/105378)t^3 + (1143028807/175630)t^2 - (11432344423/263445)t + 1805998424/17563 & t < 6 \\ -(317150137/526890)t^3 + (2146085899/175630)t^2 - (2922836893/37635)t + 2149762096/12545 & t < 7 \\ -(163676167/526890)t^3 + (1071768109/175630)t^2 - (1311360208/37635)t + 896391341/12545 & t < 8 \\ (122503165/105378)t^3 - (5137767827/175630)t^2 + (65334909776/263445)t - 59960310597/87815 & t < 9 \\ -(1093508173/526890)t^3 + (2043289631/35126)t^2 - (141947005981/263445)t + 29464321032/17563 & t < 10 \\ (1357844687/526890)t^3 - (2859416089/35126)t^2 + (225755923019/263445)t - 52247440968/17563 & t < 11 \\ -(168391085/105378)t^3 + (9900720787/175630)t^2 - (24786828187/37635)t + 226751786672/87815 & t < 12 \\ (202744313/526890)t^3 - (202744313/13510)t^2 + (52147346099/263445)t - 814524592/965 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7) \end{aligned}$$

Первая производная (8) кубического сплайна (7), с абсолютной точностью описывает мгновенную скорость изменения запасов денежной массы – поток:

$$\begin{aligned} D1_SPL_MS := & \begin{cases} (99185273/175630)t^2 - (99185273/87815)t + 541245983/263445 & t \leq 2 \\ (33696385/35126)t^2 - (237778577/87815)t + 27343597/7527 & t \leq 3 \\ -(932233753/175630)t^2 + (3064368457/87815)t - 13902635758/263445 & t \leq 4 \\ (1057725587/175630)t^2 - (376574531/6755)t + 33856388402/263445 & t \leq 5 \\ -(29994791/35126)t^2 + (1143028807/87815)t - 11432344423/263445 & t \leq 6 \\ -(317150137/175630)t^2 + (2146085899/87815)t - 2922836893/37635 & t \leq 7 \\ -(163676167/175630)t^2 + (1071768109/87815)t - 1311360208/37635 & t \leq 8 \\ (122503165/35126)t^2 - (5137767827/87815)t + 65334909776/263445 & t \leq 9 \\ -(1093508173/175630)t^2 + (2043289631/17563)t - 141947005981/263445 & t \leq 10 \\ (1357844687/175630)t^2 - (2859416089/17563)t + 225755923019/263445 & t \leq 11 \\ -(168391085/35126)t^2 + (9900720787/87815)t - 24786828187/37635 & t \leq 12 \\ (202744313/175630)t^2 - (202744313/6755)t + 52147346099/263445 & t > 12 \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

В предлагаемой методологии сплайн-моделирования и анализа процессов в экономике первые производные становятся источником точной информации о скорости последовательных изменений (потоках) не только в узловых точках, но и в

любой точке исследуемого интервала времени. Необходимость адаптивного управления потоками в режиме реального времени требует отказаться от сглаживания динамики, искажающей реальные значения данных в узловых точках процесса. Второй аргумент – механизм взаимного количественного и аналитического преобразования запасов и потока, также требующий сохранения точности в модельном представлении исходных данных. В-третьих, моделирование процессов без ошибок аппроксимации необходимо для выявления «латентной» корреляции потоков – в колебаниях скорости роста.

Этим предъявляются три важных к моделирующим динамику потоков функциям требования – абсолютная точность аппроксимации, т.е. необходимость интерполяции данных, адаптивность и непрерывность. В полной мере указанным требованиям удовлетворяют кубические сплайны, известные своей гибкостью, наилучшим интерполяционным поведением, непрерывностью самой функции и первых двух производных.

4. Обозначены требования к инструментальным средствам моделирования и анализа динамики потоков.

Выполненный обзор и классификация способов мониторинга, а также предложенные методы моделирования, анализа и визуализации динамических потоков в экономике потребовали выбора точных и эффективных рабочих инструментов исследования. Использованная в работе система компьютерной математики *Maple 17* генерирует сплайны разных порядков, производит с ними арифметические и аналитические операции. В системе удобны ввод, графический вывод двумерный и трёхмерный, цветная графика, широки возможности числовых алгоритмов и вычислений в простых дробях без погрешностей округления. Система *Maple* является одной из самых эффективных программ с интерфейсом, который позволяет достаточно легко анализировать, исследовать, визуализировать и находить математические решения экономических задач.

Практическое применение находят возможности внедрения и программирования компонентов графического интерфейса пользователя, а также разработки собственных решений с использованием языка программирования *Maple*. В полной мере стоит оценить концептуальное удобство программного инструментария – система *Maple* сначала строит аналитический каркас или базис, она работает с аналитическими преобразованиями во всех операторах математики, по мере необходимости отображая графические построения и численные расчёты. Аналитические преобразования всеобъемлющи, это свойство, являясь основой всех остальных преобразований и вычислений, приносит нам возможность таких аналитических операций, как дифференцирование, интегрирование, поиск экстремумов, точек перегиба, позволяет строить фазовые траектории цикличности и параметрические модели взаимосвязей.

При исследовании динамических потоков важное значение приобретает одновременное соблюдение точности моделирующей функцией и точности расчётов инструментального средства вычислений. Это условие продиктовано предложенной парадигмой исследования, отказывающейся от всякого ухудшения эмпирического сигнала – различных сглаживаний и усреднений. Расчёты позволяют оценить качество интерполяции динамики кубическим сплайном и точность расчётов в системе *Maple 17*. Приведём пример расчёта в *Maple 17* накопленного с 2005 по 2017 гг. потока денежной массы. Для этого выполним интегрирование по частям сплайн-функции (8) на отрезках переменной длины:

```
> a:=evalf(int(D1_SPL_MS, t = 1 .. 5.5));
a := 9315.0989
```

```

> b := evalf(int(D1_SPL_MS, t = 5.5 .. 9.5));
b := 15736.0624
> c := evalf(int(D1_SPL_MS, t = 9.5 .. 13));
c := 9012.8387

```

Несмотря на произвольный выбор границ отрезков интегрирования, не всегда совпадающих с узловыми точками исходного процесса, сумма интегралов с абсолютной точностью совпадала с эмпирическими данными:

$$F_{1/13} = \int_1^{13} F_i(t) dt = \int_1^{5.5} F_i(t) dt + \int_{5.5}^{9.5} F_i(t) dt + \int_{9.5}^{13} F_i(t) dt = 9315.0989 + 15736.0624 + 9012.8387 = 34064.0000 \text{ млрд.руб.}$$

Точность оценивания потоков внутри временных интервалов переменной длины необходима для эффективного управления процессами в условиях цифровой экономики. Главная и важная для исследования особенность системы – возможность работать с простыми дробями (рациональными числами). *Maple* по умолчанию вычисляет выражения, содержащие точные величины, получая при этом точные результаты, а не числовые приближения, свойственные некоторым другим программам. В *Maple* реализованы широкие возможности символьных и численных вычислений. Символьные вычисления преобразованием выражений в более простые и понятные формы облегчают процесс моделирования экономических процессов и взаимосвязей между ними.

5. Оценена эффективность методов дифференциального исчисления при изучении экономических тенденций, выявлении «латентных» корреляций в динамике потоков, исследовании динамической конкуренции, фазовом анализе сезонности и цикличности, при обращении к физическим эквивалентам экономических потоков.

В работе уточнена и систематизирована многоаспектная роль производных при моделировании, анализе, визуализации и управлении динамикой экономических потоков. Производные в предложенной методологии исследования потоков занимают особое место, определяя «тенденции» – мгновенную скорость и ускорение экономического роста. Дифференцируемость сплайнов с явным аналитическим, количественным и графическим отображением производных позволяет обратиться к изучению «латентных» корреляций, к фазовому анализу цикличности и периодичности, к поиску экономических аналогов физического движения.

Преобразование сплайн-моделей в модели скорости и ускорения экономического движения происходит автоматически дифференцированием. Первая производная сплайн-модели по аналогии с физическим смыслом интерпретируется как мгновенная скорость экономического движения. По ломаной второй производной можно наблюдать изменения в мгновенной скорости потока – его ускорение (рис. 5).

При поиске новой парадигмы исследования, при формулировании целей и задач «тонкого» анализа с явным привлечением производных уточним, что само дифференцирование не изменяет, не усиливает и не ослабляет исходный экономический сигнал. Оно переводит анализ динамики из двумерного евклидова пространства дискретных состояний в фазовое пространство, в котором исследуются непрерывные траектории скорости развития процессов.

Наличие в своей структуре производных представляется наиболее ценным достоинством сплайнов. Аналитика производных обогащает эконометрику новыми методами исследования, включая непрерывный математический анализ – дифференцирование, интегрирование, поиск экстремумов. Производные находят свою эффективность в фазовом анализе цикличности, анализе «латентных» корреляций, во взаимных преобразованиях запасов и потока, в изучении динамической конкуренции, при поиске экономических аналогов физического движения.

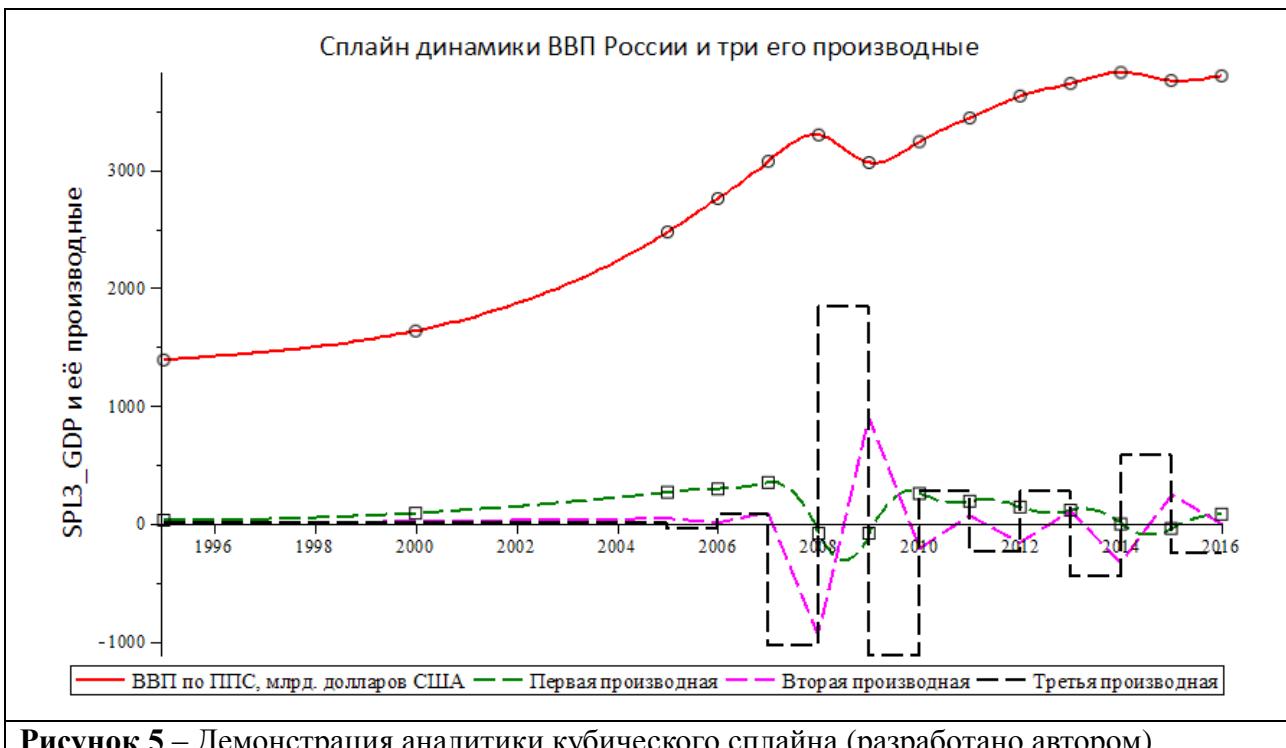


Рисунок 5 – Демонстрация аналитики кубического сплайна (разработано автором)

6. Разработан метод сплайн-параметрического моделирования и анализа взаимосвязей между потоками, в том числе анализа «латентных» корреляций.

Сплайн-функция становится эффективным инструментом «кусочно-непрерывного» представления динамики, что позволяет при исследовании взаимосвязей сравнивать отрезки функции. Кривая связи между процессами может быть представлена сплайн-параметрической кривой, каждая точка которой показывает состояние системы в конкретные моменты времени, а динамические изменения системы описываются непрерывной траекторией. Сплайн-параметрическое представление взаимосвязей в экономических системах востребовано задачами адаптивного управления в трансформационной экономике. В диссертации используются параметрические модели, описывающие взаимосвязи гладкими сплайн-кривыми потоков $Y(t)$, $X(t)$, располагая их на осях плоскости OXY с сохранением и явной индикацией параметра времени t .

Одним из эффективных способов увидеть темпоральные особенности эволюции связи становится переход от сравнения точек к сравнению отрезков функций, а применительно к экономическим «количествам» – преобразование дискретных данных о состояниях (запасах) в конкретные моменты времени в данные об изменениях запасов за интервалы времени – потоки (рис. 6).

Важность хронометрирования потоков, указание времени каждого отсчёта, хроноскопия на сплайн-параметрических кривых связи требуют специального рассмотрения. Без учёта фактора времени нельзя научно описывать эволюционное экономическое развитие, привязывать его к астрономическим датам явлений и свершения событий. Явное сохранение времени позволяет определять инерционность экономической системы, периоды, времена отклика финансовых, товарных, производственных, внешнеторговых и других потоков на дискретные или непрерывные изменения управляющего фактора, исследовать постоянные времена экономических потоков.

Достоинства сплайн-методологии обнаруживаются на примере исследования взаимосвязи потоков экспортного нефти в страны дальнего зарубежья и в страны СНГ. Дифференцированием построенных сплайн-моделей получаем точные модели тенденций (скорости) потоков экспортного нефти (рис. 7). Динамика мгновенной скорости

потоков оказывается более информативной для выявления структурных изменений связи. Анализом кривых скорости потоков идентифицируются границы структурных изменений связи: 2000-2003 гг. – тесная обратная связь; 2003-2007 гг. – тесная прямая связь; 2007-2012 гг. – тесная обратная связь; 2012-2014 гг. – слабая прямая связь; 2014-2017 гг. – слабая обратная связь. Точки переключения регрессии определяются как по кривым первых производных – графически, так и по значениям корреляционной функции – количественно. При этом сплайн-моделирование избавляет исследователя от ограничений классической эконометрики, интерполируя дополнительные точки между узлами процесса.

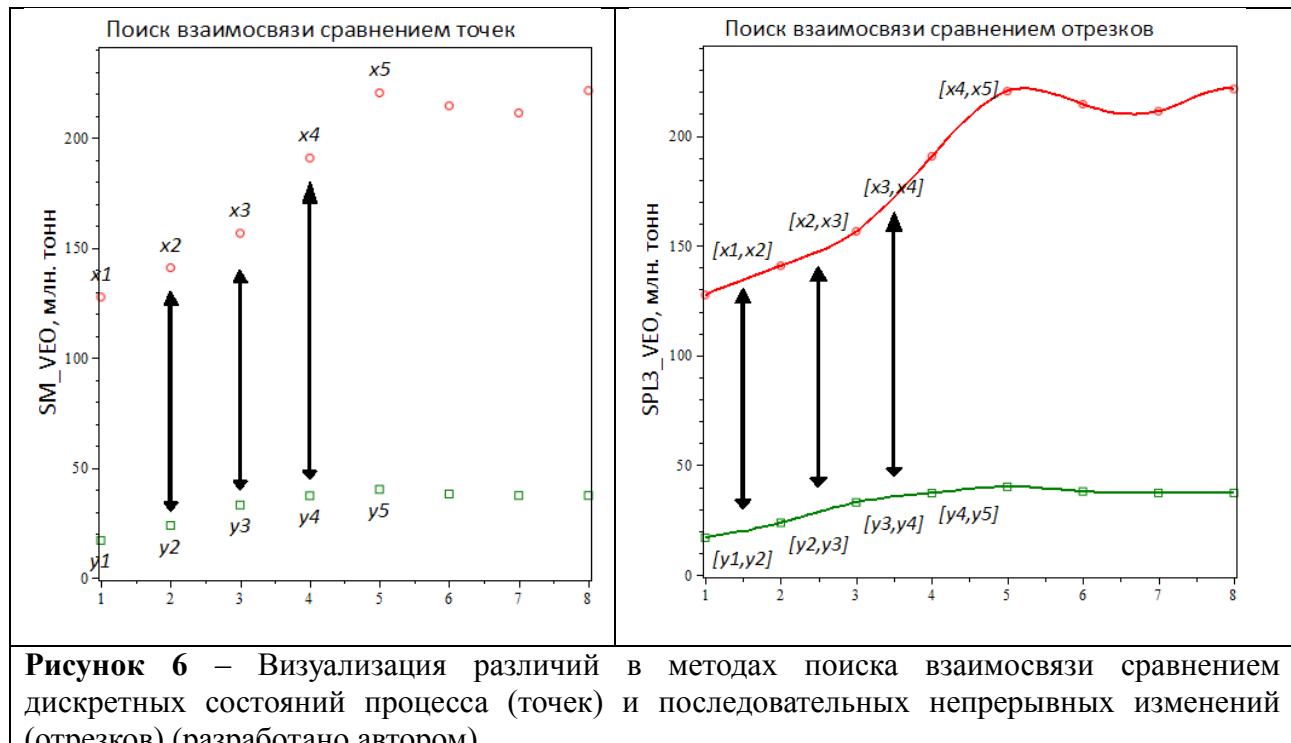


Рисунок 6 – Визуализация различий в методах поиска взаимосвязи сравнением дискретных состояний процесса (точек) и последователей непрерывных изменений (отрезков) (разработано автором)

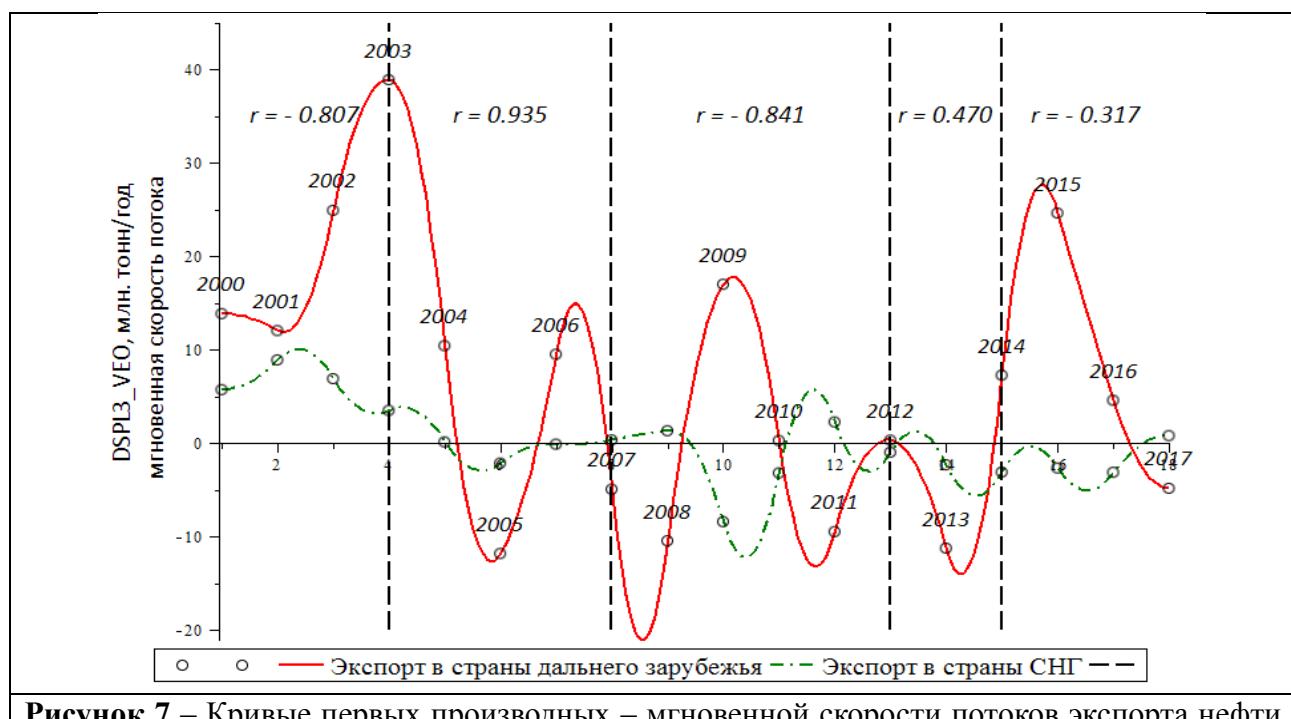


Рисунок 7 – Кривые первых производных – мгновенной скорости потоков экспортации нефти в страны дальнего зарубежья (RED, сплошная линия) и в страны СНГ (GREEN, штрих-пунктир) (разработано автором)

Дифференцирование сплайн-моделей выявляет «латентные» взаимосвязи тенденций, не всегда проявляющиеся на фоне доминирующего роста или снижения абсолютных значений исследуемой динамики. Например, в изучаемой динамике с 2000 по 2003 гг. объёмы экспорта нефти в страны дальнего зарубежья растут параллельно увеличению объёмов экспорта в страны СНГ. Однако, в динамике их тенденций (скорости роста) обнаруживается тесная обратная взаимосвязь ($r = -0.807$) – увеличение скорости потока экспорта в страны дальнего зарубежья приводит к замедлению потока экспорта в страны СНГ.

В отличие от регрессионных моделей классической эконометрики, методы сплайн-методологии обнаруживают более точно структурные изменения связи, темпоральные особенности её эволюции на кривых сплайн-параметрических моделей (рис. 8).

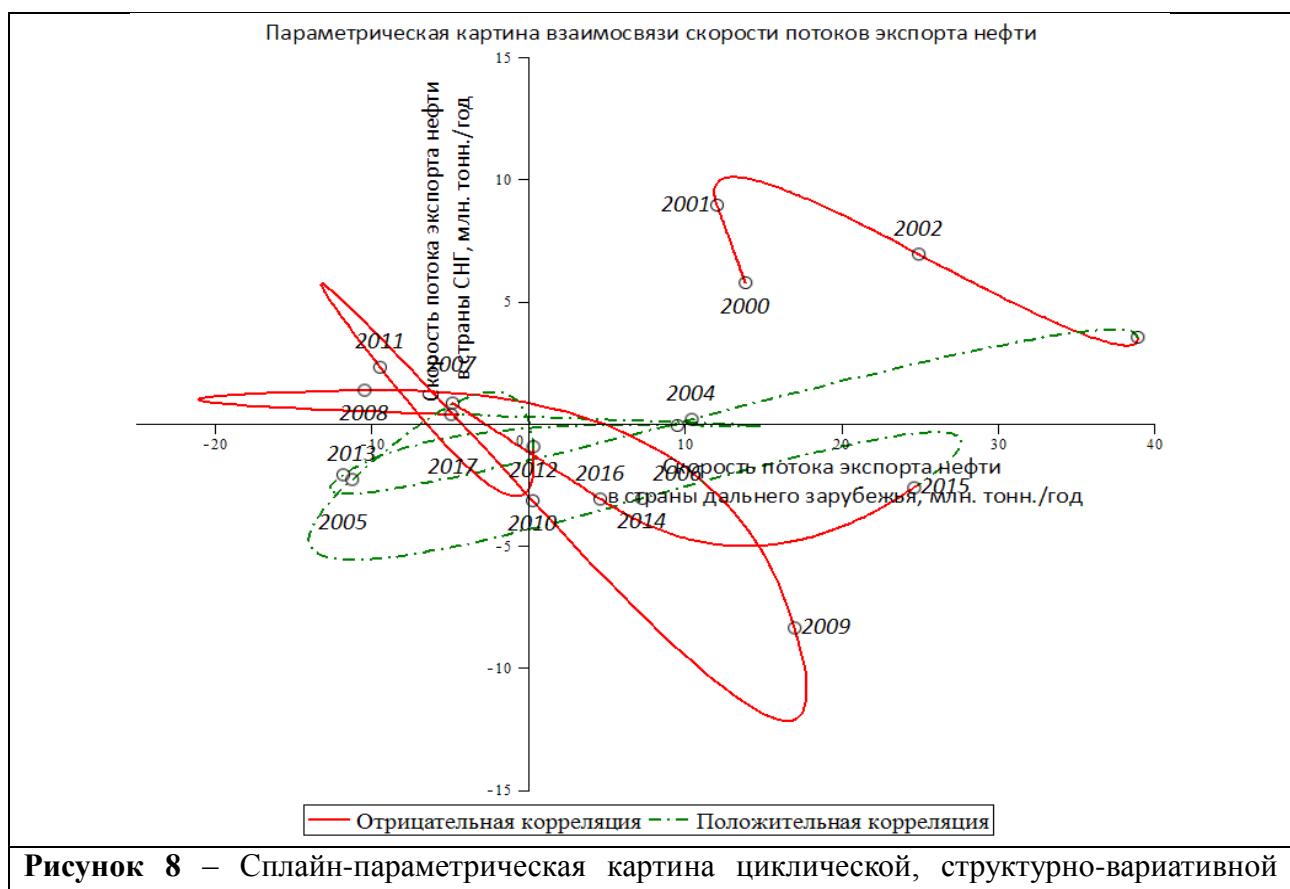


Рисунок 8 – Сплайн-параметрическая картина циклической, структурно-вариативной взаимосвязи мгновенной скорости потоков экспорта нефти (разработано автором)

Сравнением тенденций (мгновенной скорости изменений, первых производных) может быть выявлена трансформация локальных реакций – усиление или ослабление откликов результативного признака на воздействие факторов. На рис. 9 наблюдаем синхронность колебаний мгновенной скорости изменений среднедушевых доходов и мгновенной скорости изменений экспортной цены на нефть – знаки производных совпадают практически в течение всего времени наблюдения. При этом интересно сравнить особенности поведения процессов в «кризисные» 2008-2009 и 2014-2015 годы. Именно в эти годы падение скорости изменений экспортных цен на нефть «уводит» и мгновенную скорость изменений среднедушевых доходов населения в область отрицательных значений. Кривая мгновенной скорости изменений среднедушевых доходов населения в 2014-2015 годы уходит даже на большую «глубину» в области отрицательных значений по сравнению с её реакцией

на падение экспортных цен на нефть в 2008-2009 годах. Это – наглядное свидетельство усиления в последние годы зависимости уровня жизни населения России от конъюнктуры мирового рынка энергоресурсов.



Рисунок 9 – Тенденции (первые производные, мгновенная скорость) экспортных цен на нефть (долларов за баррель) и среднедушевых доходов населения России (долларов в месяц) (разработано автором)

Цикличность зависимости доходов населения от конъюнктуры рынка нефти в явном виде обнаруживается траекторией их параметрической связи (рис. 10). На параметрических картинах можно искать корреляции не только дискретных состояний процессов, но и непрерывных изменений скорости развития, выявляя темпоральные особенности взаимной зависимости процессов. Пример «переключений регрессии», демонстрирующий изменения в зависимости уровня жизни населения от конъюнктуры цен на нефть внутри четырёх темпоральных участков цикличности. Первый цикл характеризуется высокой скоростью роста цен на нефть и среднедушевых доходов – кривая связи с 2005 по 2008 годы строит свою траекторию в области положительных значений первой производной. В начале второго цикла (с 2008 по 2011 гг.) снижение мгновенной скорости изменений цен на нефть останавливает и рост доходов населения. В 2010 году возобновляется синхронный рост обоих показателей. Внутри третьего цикла с 2011 по 2013 годы наблюдается приближение к нулю скорости роста цены на нефть и доходов населения – именно здесь происходит «переключение регрессии». Четвёртый цикл демонстрирует переход экономики России к новым условиям развития – ускоренное падение уровня жизни населения и цен на нефть в 2014-2015 годах. По сравнению с кризисом 2008-2009 годов, заметно усиливается зависимость доходов населения от экспорта нефти.

Поиск корреляций в колебаниях скорости и ускорений развития актуален, так как в современной экономике взаимосвязь между абсолютными показателями может не проявлять «явный характер», но при этом могут тесно коррелировать их тенденции (потоки, первые или вторые производные функций экономического движения), что

выявляется сравнением их ускорений или замедлений роста. Континуум новых моделей взаимосвязи сохраняет время всех отсчётов, что принципиально отличает способы новой методологии от методов классической эконометрики. В классической эконометрике регрессионные соотношения и построения теряли значение времени, при котором были получены узловые точки исследуемых процессов. Поиск взаимосвязей на параметрических картинах находит интересные результаты и даёт наибольший эффект при анализе потоков в трансформационных экономических системах.

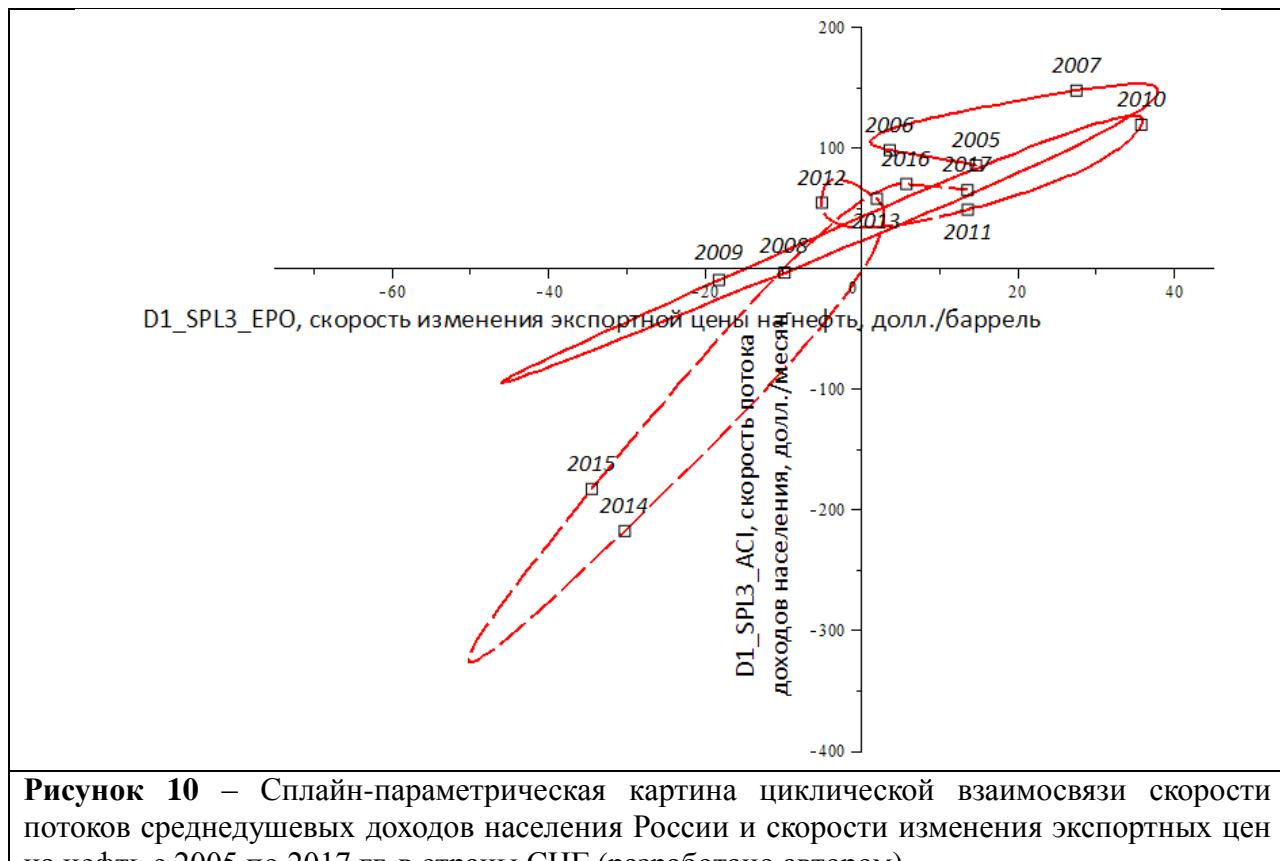


Рисунок 10 – Сплайн-параметрическая картина циклической взаимосвязи скорости потоков среднедушевых доходов населения России и скорости изменения экспортных цен на нефть с 2005 по 2017 гг. (разработано автором)

Анализ показал глобальную зависимость экономических тенденций в современной России на примере потоков денежной массы, задолженности по кредитам, доходов населения, основных фондов и других показателей от конъюнктуры мирового рынка энергоресурсов. Построение параметрических кривых открывает интересные возможности перед сплайновым анализом при генерации и реализации многомерной регрессии, при аналитическом представлении многозначных эконометрических функций в параметрической форме, столь характерных для регрессионных соотношений в эконометрике, здесь параметром выступает время.

В новой методологии необходимость оперативного управления потоками реализована построением сплайн-параметрических моделей, отличающихся от сглаживающих моделей регрессии точным, непрерывным и последовательным описанием темпоральной эволюции взаимосвязей между потоками. На примере процессов в российской экономике показана эффективность сплайн-методологии при исследовании «скрытых» или «латентных» взаимосвязей между потоками, обнаруживающейся в корреляции их скорости. Корреляция «тенденций» (первых разностей или производных) процессов друг с другом в предлагаемой исследовательской методологии оказывается гораздо заметнее. «Латентные»

корреляции, обнаруженные в исследовании между потоками экспорта энергоресурсов и динамикой курса рубля, между потоками экспорта нефти в различные группы стран, подтверждают необходимость учёта структурных изменений связи при принятии решений.

7. Оценена эффективность сплайн-методологии при математическом моделировании и анализе динамической конкуренции потоков в экономических системах.

Сплайн-моделирование позволило исследовать динамическую конкуренцию экономических потоков, впервые получившую математические эквиваленты с аналитическим описанием, графическими образами и числовыми характеристиками. Исследование взаимосвязей в экономических системах требует изучать конкуренцию потоков в динамике. Динамическая конкуренция потоков на рынке демонстрирует поиск непрерывных решений, отражающих баланс интересов участников рыночного взаимодействия, его достижение лежит в плоскости экономического или социально-ориентированного сотрудничества представителей фирм, ассоциаций, международных консорциумов, стран.

Адаптируем математическую теорию построения «коэффициента конкуренции» или «коэффициента вытеснения» (термин предложен Ф.Б. Боташевой) к моделированию и анализу конкуренции экономических потоков. Пусть «коэффициент конкуренции» $*_k KK_j = 0$ в условиях отсутствия взаимного вытеснения между k -ми потоками, например, между потоками добычи нефти. Если внутри j -го временного интервала для k -го потока $*_k KK_j > 0$, то он «вытесняет» другие потоки из аддитивного баланса в этом временном интервале j . При $*_k KK_j < 0$ k -ый поток сам «вытесняется» из общего баланса внутри временного интервала j .

Пусть объём k -го потока ($k = 1..M$) внутри каждого j -го интервала ($j = 1..N$) равен $_k F_j$. Совокупный объём потоков F_j для всех M потоков внутри каждого временного интервала j определим по формуле:

$$F_j = \sum_{k=1}^M {}_k F_j, \quad (j = 1..N). \quad (9)$$

Определим относительные доли потоков:

$${}_k W_j = \frac{{}_k F_j}{F_j}, \text{ так чтобы } W_j = \sum_{k=1}^M \frac{{}_k F_j}{F_j} = 1. \quad (10)$$

Выделим k -ый поток $_k F_j$ из общего объёма остальных потоков $_k Z_j$, где индекс k у $_k Z_j$ означает «без k -го потока»:

$${}_k Z_j = {}_1 F_j + {}_2 F_j + \dots + {}_{k-1} F_j + {}_{k+1} F_j + \dots + {}_M F_j. \quad (11)$$

Тогда равенство (10) можно представить в виде:

$$W_j = \frac{{}_k Z_j}{F_j} + \frac{{}_k F_j}{F_j} = 1. \quad (12)$$

Среднее значение доли потоков W_j на каждом интервале j ($j = 1..N$) будет равно:

$$\bar{W}_j = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{{}_k F_j}{F_j}. \quad (13)$$

Динамическое «вытеснение» k -го потока определяется как разность между долей «вытесняемого» потока и средним значением \bar{W}_j долей всех потоков в системе на каждом интервале j ($j = 1 .. N$):

$$*_k KK_j = {}_k W_j - \bar{W}_j. \quad (14)$$

В соответствии с известным свойством средней арифметической, сумма отклонений доли каждого потока k от средней \bar{W}_j , соответственно и сумма «коэффициентов конкуренции» $*_k \text{KK}_j$ для всех включённых в анализ потоков на каждом шаге j ($j = 1.. N$), будет равна нулю:

$$\sum_{k=1}^M *_k \text{KK}_j = \sum_{k=1}^M (_k W_j - \bar{W}_j) = 0. \quad (15)$$

Динамический «коэффициент конкуренции» (14) на каждом j -ом интервале нормирован относительно нуля и ограничен диапазоном значений $\left[1 - \frac{1}{M}; -1 + \frac{1}{M}\right]$, где M – количество потоков в системе.

В предлагаемой модели исследуется взаимное «вытеснение» потоков производства нефти крупнейшими производителями – Саудовской Аравией, Россией, США, Канадой и Ираном. В модель могут быть включены другие отдельные страны и (или) группы стран-производителей нефти. Анализ показывает существовавшее доминирование на мировом рынке нефти России и Саудовской Аравии. При этом динамично возрастает роль Соединённых Штатов Америки, вытесняющей в конкурентной борьбе долю Ирана в общемировой добыче нефти, параллельно снижая конкурентные преимущества России и Саудовской Аравии (рис. 11).

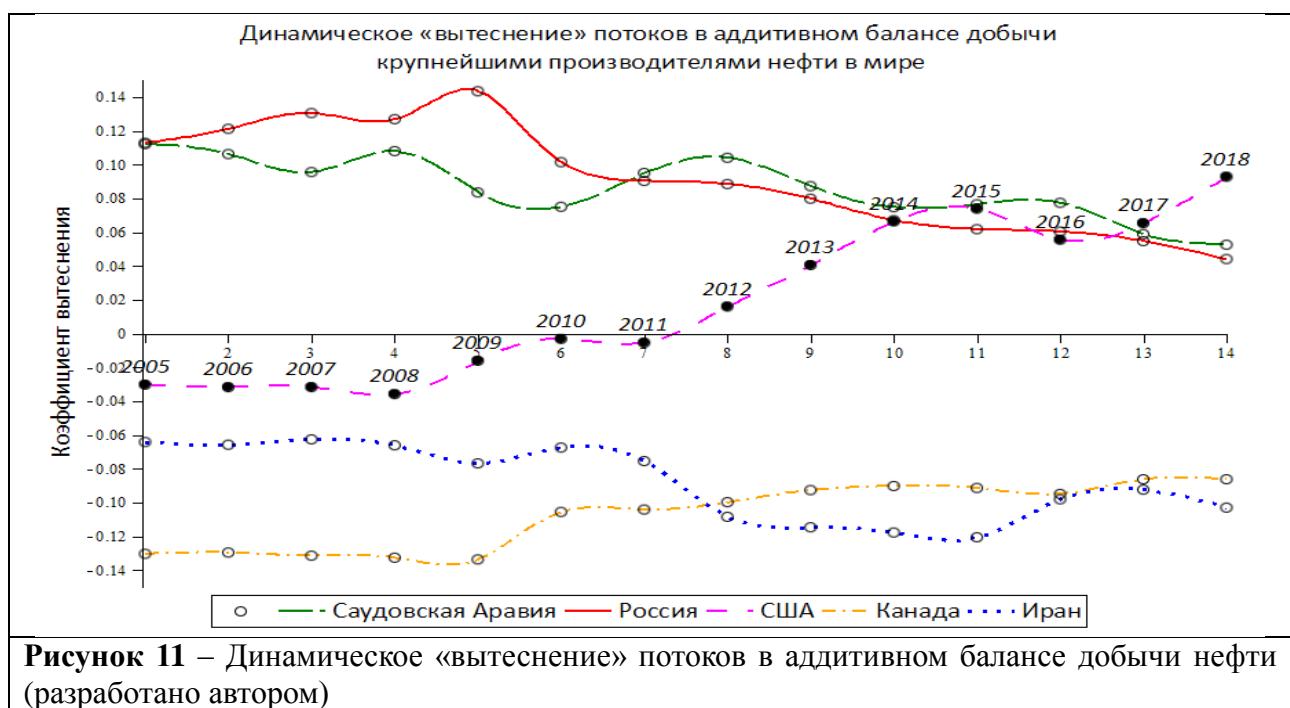


Рисунок 11 – Динамическое «вытеснение» потоков в аддитивном балансе добычи нефти (разработано автором)

8. Доказана высокая эффективность моделирования и анализа экономической цикличности в фазовом пространстве – при «хроноскопировании» фаз циклов, определении амплитуды и периодов цикличности.

Привлечение фазового пространства к анализу потоков – инновационно. Имеющие широкое применение в математике понятия «фазовое пространство», «фазовая плоскость», «фаза» и «фазовая траектория», находят своё эффективное применение при исследовании потоков в экономических системах. В фазовом пространстве множество состояний системы в фиксированные моменты времени отображается по одной оси, вторая ось описывает динамику изменений в состояниях системы с течением времени. Это позволяет фазовыми траекториями одновременно представлять динамику состояний (запасов) и скорости их изменений – потока.

В новой методологии процесс комплексно отображается на фазовой плоскости с осями «сам показатель» и «мгновенная скорость его изменения». Применительно к экономическим потокам осями фазовой плоскости становятся показатель типа «запас S » и его первая производная – «поток F » на фазовой плоскости в момент времени « t ». Динамика потока представляется фазовой траекторией, она суть графический образ взаимосвязи между запасами и потоком, аналитически описываемой соотношением между функцией и её первой производной. Если исследуется динамика показателя типа «поток», то на координатные оси фазовой плоскости $OY\dot{Y}$ ставим функцию потока $Y(t)$ (ось абсцисс) и её первую производную – скорость потока $\dot{Y}(t)$ (ось ординат).

Моделирование линейным сплайном может быть полезно при описании динамики запасов и потоков в системах с дискретным временем и дискретными изменениями запасов (рис. 12). В предложенной модели первая производная функции запасов представляет собой мгновенную скорость изменения запасов, постоянную внутри каждого темпорального участка. Горизонтальная ось фазовой плоскости определяет дискретные изменения запасов, вертикальная – дискретные изменения мгновенной скорости потока. В предложенной модели значения первой производной функции запаса численно совпадают с цепными приростами запасов.



Одновременное наблюдение за перемещением показателя и его мгновенной скорости в двух и трёх измерениях облегчают понимание природы и динамики экономических потоков. Фазовая траектория (рис. 13) выявляет в динамике ВВП России два четырёхлетних цикла – в 2007-2010 и 2013-2016 гг. Спираль первого цикла демонстрирует большую амплитуду колебаний мгновенной скорости потока ВВП, а в кризисные 2008-2009 годы фазовая траектория уходит в область отрицательных значений. С 2010 по 2013 годы наблюдаем продолжающийся рост ВВП России, однако скорость роста в этот период заметно снижается. Второй четырёхлетний цикл в 2013-2016 годы характеризуется снижением мгновенной скорости роста ВВП.

Уровень 2014 года совпадает с нулём первой производной сплайн-функции ВВП, что говорит об остановке роста.

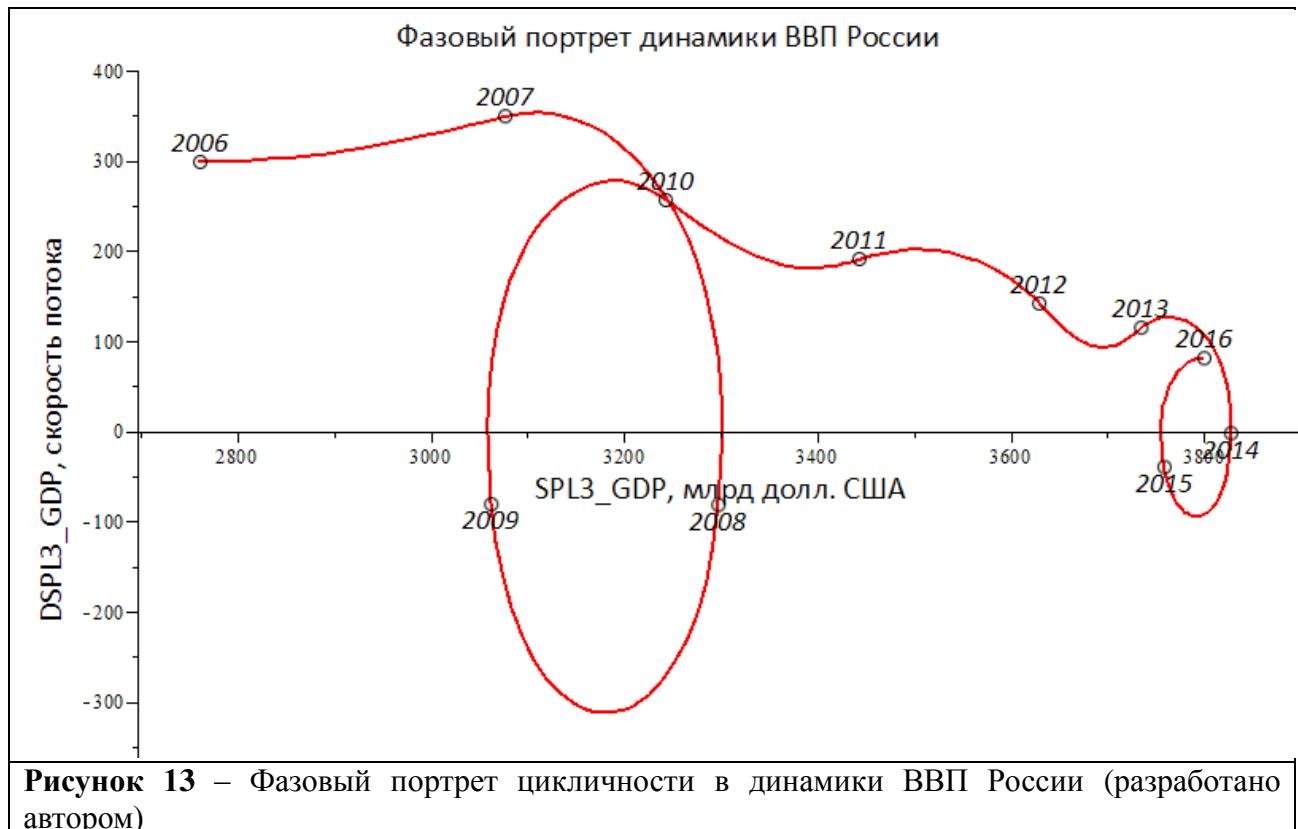


Рисунок 13 – Фазовый портрет цикличности в динамики ВВП России (разработано автором)

Важно при моделировании и анализе цикличности идентифицировать фазы экономического цикла (рис. 14). Для точной идентификации фаз цикла при их отображении в фазовом пространстве, вспомним, что каждая точка фазовой траектории представляется двумя координатами – значением функции экономического процесса (Y) и значением её первой производной (Y') – т.е. скорости развития в момент времени (t). О важности точного определения фаз цикла говорит и то внимание, которое уделяется правительствами многих стран их идентификации. Например, в Соединённых Штатах Национальное бюро экономических исследований (NBER) является окончательным арбитром дат пиков и впадин делового цикла. Фазы цикла в фазовом пространстве точно идентифицируются определением экстремумов и нулевых значений первой фазовой кривой.

Учитывая, что вербально смена фаз определяется изменениями скорости роста, представим цикл, состоящим из четырёх последовательных фаз (*phases of the cycle*) и двух экстремальных точек: оживление (*revival*) – фаза роста с ускорением; подъём (*expansion*) – фаза роста с замедлением; пик (*peak*) – нулевая скорость роста в высшей точке цикла; спад (*recession*) – фаза падения с ускорением; депрессия (*depression*) – фаза падения с замедлением; впадина или дно (*trough*) – нулевая скорость роста в низшей точке цикла.

Фазовый анализ идеален для исследования цикличности и периодичности в динамике экономического процесса (рис. 15). Он находит замкнутые циклические образы, их рельефно строит, выделяет и показывает геометрические размеры циклов на фазовых портретах. Все операции с циклическими образованиями – аналитичны, количественны, графически рисуемы. Разработанный в экономической цикломатике фазовый аппарат стал частью предложенной методологии.

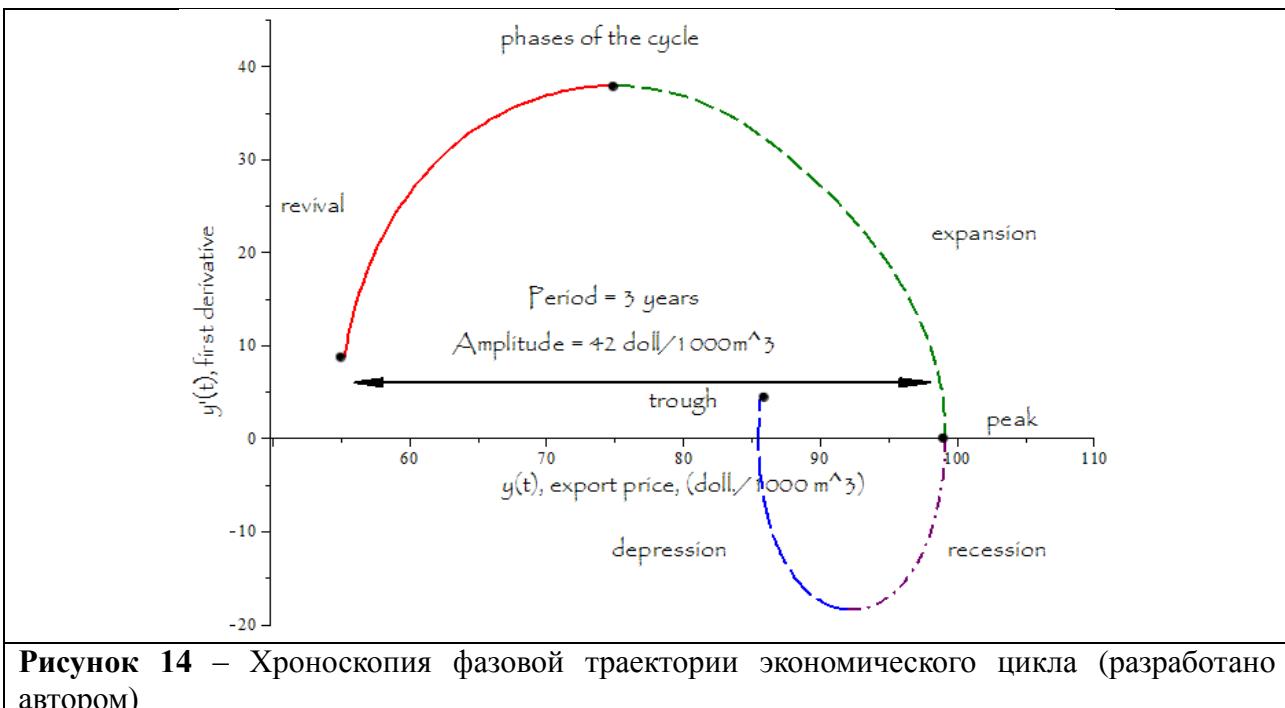


Рисунок 14 – Хроноскопия фазовой траектории экономического цикла (разработано автором)

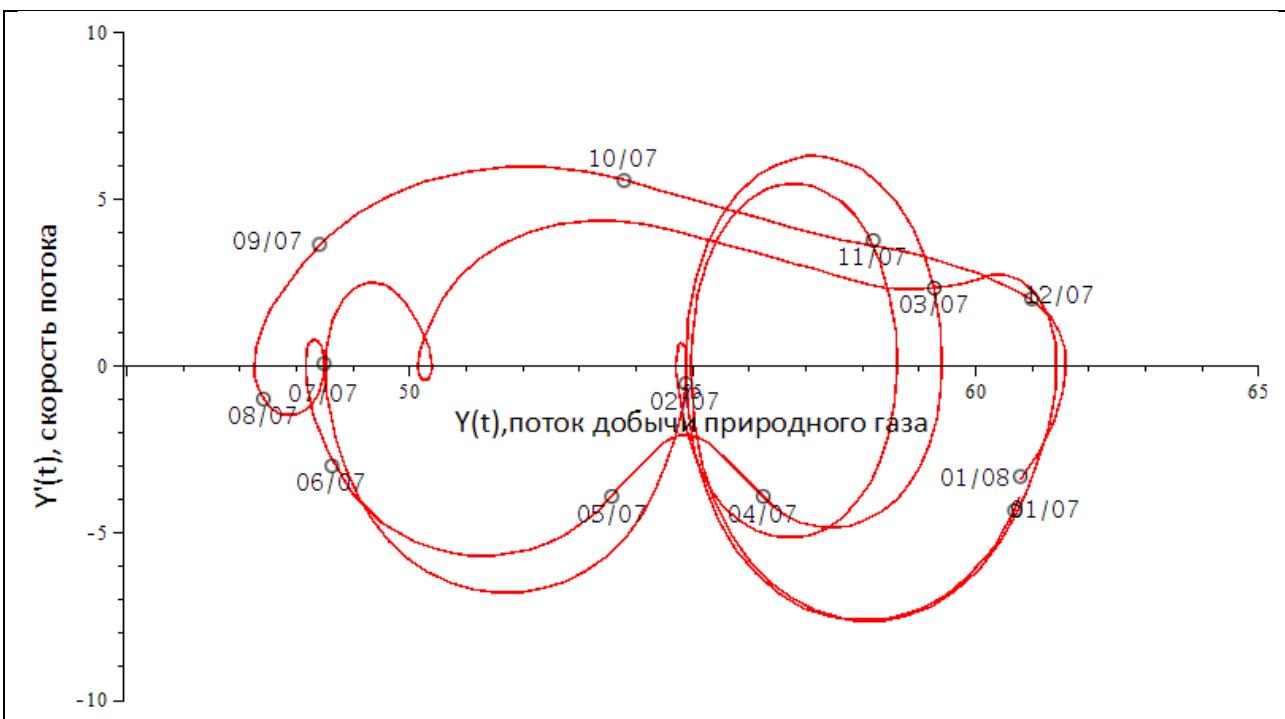


Рисунок 15 – Фазовая траектория сезонности в динамике добычи природного газа (разработано автором)

При фазовом анализе запасов и потока возникает задача аналитического представления и визуализации моментных и интервальных данных, требуя разных подходов при статистической обработке данных. Фазовый анализ решает проблему сопоставимости данных, когда в одной модели сочетаются переменные типа «поток» и «запас», абсолютные объемы и их мгновенные приросты (производные), их накопленные суммы (интегралы).

Фазовый анализ оказался эффективным методом изучения динамики, который позволяет без усреднений или сглаживания реальных данных выделять и анализировать цикличность и сезонность потоков. Фазовые методы в диссертационном исследовании удачно ложатся на сплайновую аналитику, там наряду с показателем содержатся все его производные. Фазовое пространство

агgregировано для погружения в него модельного континуума экономических потоков. Оно выступает своего рода новой системой, согласующей на более абстрактном уровне интересы структурных модельных компонентов. Фазовый анализ открывает возможности многомерного исследования цикличности и периодичности динамических потоков в экономике. Для реальных экономических показателей формируется универсальное и точное модельное представление в разных операционных пространствах (евклидовом и фазовом). Адаптация фазового анализа к динамике экономических потоков позволила глубже анализировать процессы перемещения потоков.

9. Дополнен категориальный аппарат экономической теории терминами «экономический импульс», «экономическая сила», «экономическая потенциальная энергия» и «экономическая кинетическая энергия» потоков по аналогии с динамическими характеристиками физического движения. Разработанные аналитические модели «экономического импульса» применены к факторному анализу стоимости потоков.

Аналитичность математических конструктов новой методологии и явное наличие производных позволяет строить и полезно использовать в экономической динамике категории эконофизической парадигмы. Понятие «экономический поток» имеет аналогию с «физическим потоком», характеризующим непрерывные изменения количеств или объёмов исследуемого показателя за определённый отрезок времени.

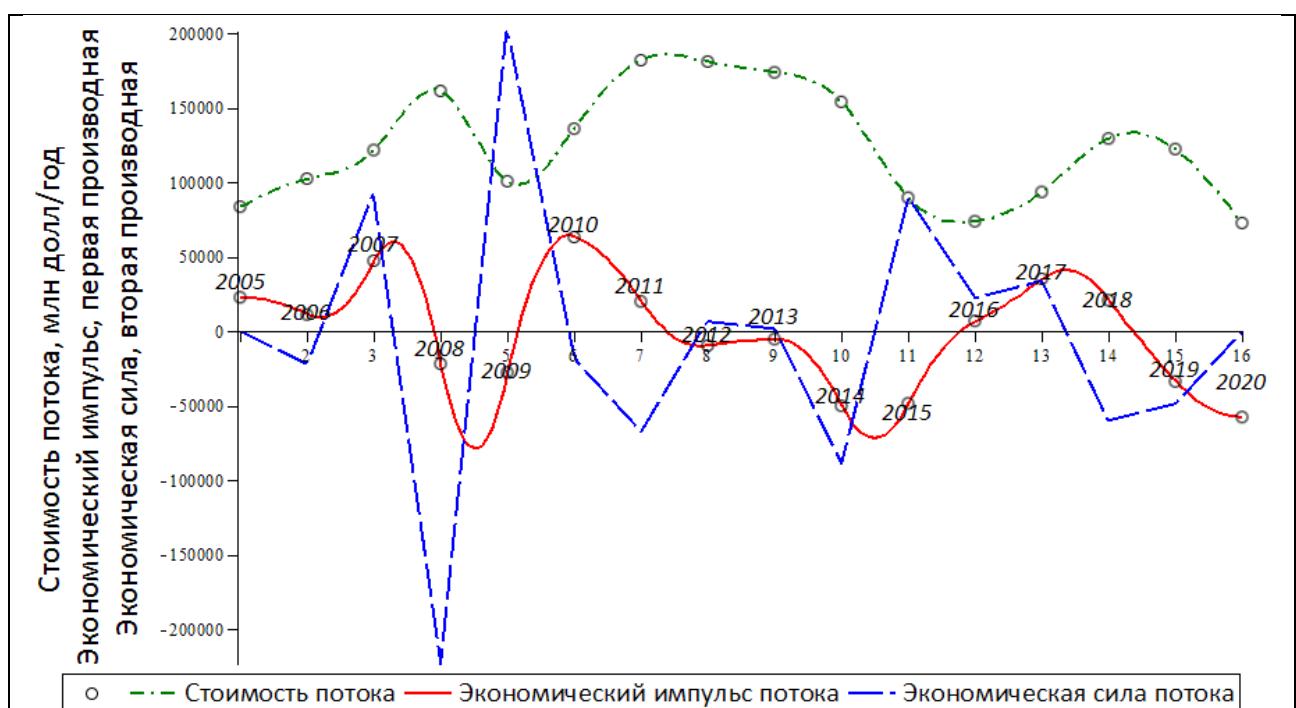


Рисунок 16 – Стоимость потока экспорта российской нефти (GREEN, штрих-пунктир), динамические модели «экономического импульса» потока экспорта (первая производная или мгновенная скорость потока, RED, сплошная линия) и «экономической силы» экспорта (вторая производная или ускорение потока, BLUE, пунктир) (разработано автором)

На примере потока экспорта нефти (рис. 16) в стоимостном выражении показано, что первая производная функции товарооборота генерирует «экономический импульс». Для расчёта «экономического импульса» удобно пользоваться термином «количество экономического воздействия» в единицу времени – как первую производную произведения объёмов экспорта некоторого товара на цену товара. Построена сплайн-модель «экономического импульса», который генерируется

экспортом товара при непрерывной вариации объёмов экспорта и (или) экспортных цен на товар:

$$EI_t = (m_t \times v'_t)', \quad (16)$$

где EI_t – экономический импульс в момент времени t ; m_t – объёмы экспорта товара в момент времени t ; v'_t – экспортная цена товара в момент времени t .

Уравнение (16) позволяет разложить «экономический импульс» на сумму двух импульсов - «импульса физических объёмов экспорта» и «импульса экспортных цен»:

$$EI_t = (m_t \times v'_t)' = m'_t \times v_t + m_t \times v'_t'. \quad (17)$$

Справедливость равенства (17) доказывается аналитически - применением известной формулы производной произведения, и количественно - точным равенством суммы импульсов экспортной цены и объёмов экспорта мгновенной скорости стоимости потока в произвольной точке временной оси (рис. 17).

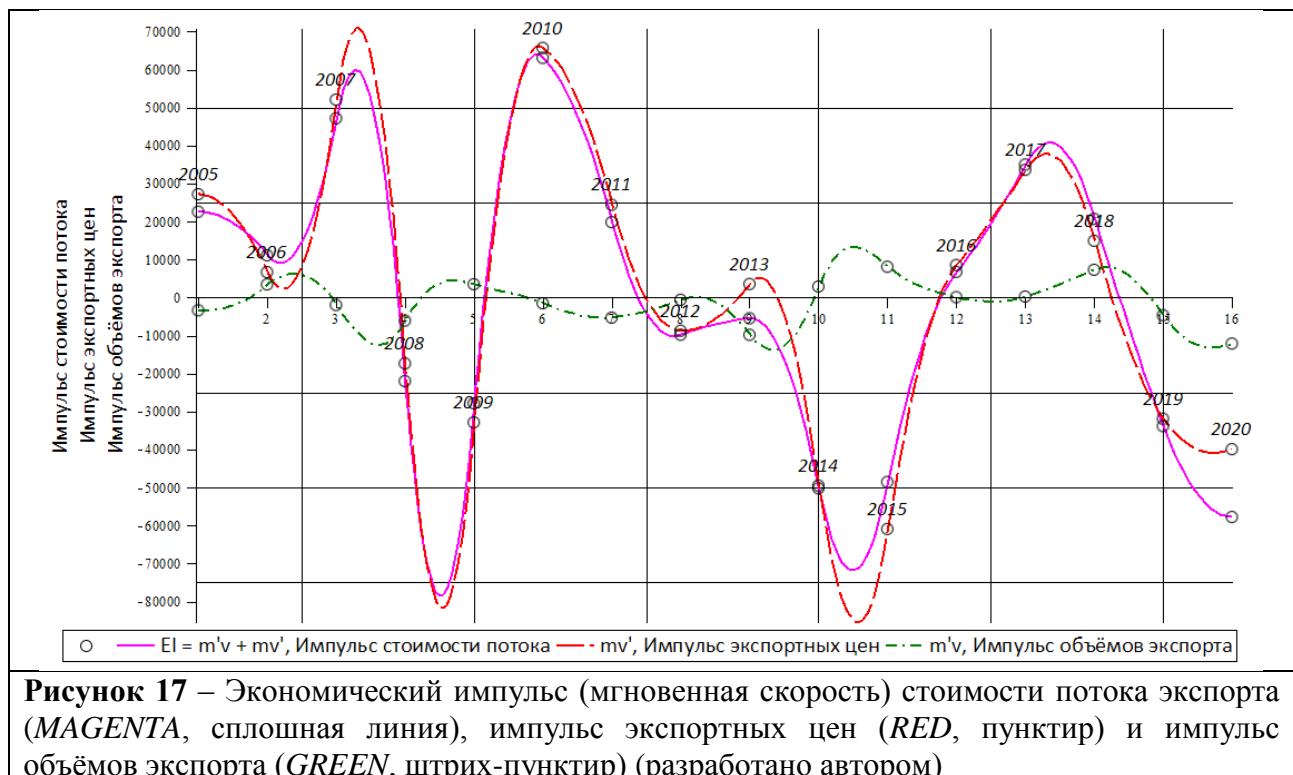


Рисунок 17 – Экономический импульс (мгновенная скорость) стоимости потока экспорта (MAGENTA, сплошная линия), импульс экспортных цен (RED, пунктир) и импульс объёмов экспорта (GREEN, штрих-пунктир) (разработано автором)

По аналогии с индексами экспорта полученное уравнение позволяет в динамике анализировать воздействие двух взаимосвязанных факторов: $m_t \times v'_t$ – мгновенной скорости изменения экспортных цен на нефть, умноженной на объёмы экспорта; $m'_t \times v_t$ – мгновенной скорости изменения объёмов экспорта, умноженной на экспортную цену.

Во взаимной связи факторов $m_t \times v'_t$ и $m'_t \times v_t$ отображается действие известного закона спроса и предложения, когда изменения объёмов экспорта воздействуют на динамику экспортных цен и наоборот. Оперативное управление объёмами экспорта в целях повышения стоимости экспорта должно учитывать динамично меняющуюся на рынке эластичность спроса и предложения. Уравнение 17 позволяет анализировать колебания скорости стоимости потока и оперативно управлять ими аналитическим, количественным и графическим представлением факторов – скорости колебаний экспортных цен и скорости изменений объёмов экспорта. «Экономический импульс» стоимости потока, несмотря на то, что определяется на конкретный момент времени, является потоковой величиной. Он равен возможному приросту стоимости в единицу

времени при сохранении мгновенной скорости изменений объёмов экспорта и экспортных цен. Очевидно экономический эффект от экспорта товара мультилицируется при совокупном воздействии меняющихся объёмов экспорта и экспортной цены. Положительный экономический эффект максимизируется при одновременном повышении объёмов экспорта и экспортной цены.

Таргетирование «импульса» (вербальное, математическое, визуальное) позволяет двинуться дальше и (по аналогии с физическим) дать определение второй производной функции экономического движения. Так находится экономическая интерпретация «силы». В физике кинетическая энергия движущегося со скоростью v тела показывает, какую работу может совершить сила. В экономической интерпретации из $E = M/2 \cdot (dS/dt)^2$ определяется кинетическая энергия потока. Потенциальная энергия в физике определяется частью полной механической энергии системы, находящейся в поле диссипативных сил, «запасом» кинетической энергии, извлекаемым при движении системы. «Экономическая кинетическая энергия» интерпретируется как энергия экономического потока, потенциальная – энергия запасов, определяемая стоимостным выражением потенциальной экономической пользы, которую можно извлечь из запасов (нефти, газа, трудовых ресурсов, товаров и т.д.) при их преобразовании в экономические потоки.

Широко используемая в новой методологии интерпретация производных как скорости и ускорения движения, нашла эффективное применение при описании экономических потоков по аналогии с физическими. Исследователи экономической динамики всё чаще прибегают к методам естественных наук, обнаруживая в экономическом развитии аналогии с физическим движением. Физические характеристики движения – скорость, ускорение, импульс, масса, сила и др. – находят по аналитическому описанию своё местоположение при исследовании экономических конъюнктур, позволяя рассчитывать количественные характеристики потоков в экономике.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенного исследования можно сделать главный вывод, что его цель достигнута, все поставленные задачи решены. В диссертации, на основании выполненных автором исследований, решена научная проблема, состоящая в разработке основ методологии сплайн-моделирования и анализа экономических потоков в различных экономических системах (микро-, мезо- и макроуровней) с переменной структурой, а также научном обосновании методов и инструментария анализа тенденций, цикличности и взаимосвязей между потоками в указанных экономических системах, которая имеет важное хозяйственное значение.

В диссертации предложен новый подход к аналитическому описанию процессов развития экономических систем, отличающийся акцентом на исследовании потоков, в рамках которого выделены и структурированы проблемы аналитического описания динамических потоков в условиях глобальной нестабильности, рекурсивности, сетевого характера и цикличности, присущих современной экономике. Автором систематизированы требования к математическому аппарату аналитического представления динамики запасов и потоков в экономических системах, обосновано новое положение о целесообразности моделирования динамики экономических показателей с использованием полиформных функций, что позволяет повысить качество моделирования за счет подстройки структуры модели к динамически изменяющимся условиям хозяйствования.

Разработаны авторские сплайн-модели экономических потоков и предложены методы анализа потоков, отличающиеся использованием в качестве основы для

графического представления результатов моделирования евклидова и фазового пространств, что позволяет обеспечить точность результатов при преобразовании динамики запасов в потоки в экономических системах с переменной структурой. В качестве инструментальной основы для моделирования рекомендовано использовать систему компьютерной математики Maple 17, что дает возможность автоматизировать процедуры моделирования и визуализации его результатов, а также получать их с меньшими затратами ресурсов, отличие авторского подхода состоит в разработке инструментария экономических расчётов с выражением количественных результатов в рациональных числах без ошибок округления.

Предложен подход к оценке эффективности методов дифференциального исчисления при изучении экономических тенденций, отличие которого состоит в выявлении латентных корреляций в динамике потоков, исследовании динамической конкуренции, фазовом анализе сезонности и цикличности. Реализация этого подхода позволила выявить, что экономические потоки, как первые производные запасов, находят раньше, более рельефно и точно особые (характеристические) точки изменения запаса как динамического показателя. Моделирование кубическими сплайнами позволило исследовать динамику запасов и потоков в моделях с непрерывным временем, что важно для практики хозяйственного управления.

Разработан авторский метод сплайн-параметрического моделирования и анализа взаимосвязей между экономическими потоками, который, в отличие от методов классической эконометрики, ориентирован на выявление латентных взаимосвязей, не проявляющихся в динамике экономических показателей внутри коротких временных интервалов. Применение этого метода делает более информативным анализ экономической динамики. Предложен инструментарий оценки эффективности применения сплайн-методологии при анализе динамической конкуренции потоков в экономических системах, отличие которого состоит в использовании динамического коэффициента конкуренции, детализирующего изменение роли каждого экономического потока в экономической системе. Адаптирован метод фазового анализа для его использования при моделировании и исследовании цикличности потоков в экономике. Отличие авторских результатов состоит в том, что фазовое пространство агрегировано для погружения в него модельного континуума экономических потоков, что позволяет точнее определять амплитуду, периоды и фазы циклических процессов в экономике.

В диссертации дополнен категориальный аппарат экономической науки терминами «экономический импульс», «экономическая сила», «экономическая потенциальная энергия» и «экономическая кинетическая энергия», используемыми для описания потоков по аналогии с динамическими характеристиками физического движения. Этим категориям дана содержательная экономическая интерпретация, а также предложены их экономико-математические трактовки, что имеет большое значение для практики хозяйствования. Например, авторская модель экономического импульса позволяет в динамике анализировать зависимость тенденций стоимости потока экспорта нефти от двух взаимосвязанных факторов – скорости изменений физических объёмов экспорта и экспортных цен на нефть.

В условиях цифровизации экономики авторские результаты, представленные в диссертации, рекомендовано использовать при адаптивном управлении нерегулярными потоками в режиме реального времени, например, потоками платежей по кредиту, реализации товаров, потоками экспорта и др. Для этого можно использовать, в качестве инструментальной основы, построенные автором модели динамики ВВП России и стран мира, потоков добычи и экспорта нефти, денежной массы, задолженности по кредитам, среднедушевых доходов населения России др.

Разработанные в диссертации теоретические и методологические положения аналитического описания экономических процессов сплайн-функциями развиваются аппаратом анализа потоков в экономических системах. Предложенные теоретические и методологические основы моделирования динамики расширили диапазон применения методов дифференциального исчисления при изучении потоков в экономических системах. Методы сплайн-методологии показали эффективность при математическом моделировании и анализе экономической конъюнктуры. Рекомендуется использование авторских результатов для моделирования процессов развития экономики отраслей и национальной экономики в целом.

В качестве перспективных направлений дальнейшей разработки темы диссертационного исследования, по мнению автора, можно назвать: развитие полученных результатов в направлении их дальнейшей интеграции с теоретическими и методологическими положениями такого нового кросс-дисциплинарного направления экономической науки, как эконофизика; разработка, на основе предложенных методов моделирования и аналитического описания экономических потоков при помощи сплайнов, новых инструментов прогнозирования развития экономических систем; разработка прикладного инструментария моделирования для его использования на практике в системах подготовки и принятия управленческих решений на уровне корпораций, регионов, отраслей и национальной экономики в целом.

IV. ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

В изданиях, индексируемых в WoS и Scopus

1. *Ilyasov, R.H. About The Method of Analysis of Economic Correlations by Differentiation of Spline Models // Modern Applied Science.* – 2014. – V. 8. – № 5. – P. 197-203. (0.6 п.л.)
2. *Ilyasov, R.Kh. Methods of "new econometrics" in study of interrelations with variable structure / R.Kh. Ilyasov, V.S. Yakovenko, T.D. Malyutina, D.D. Tkachenko, E.M. Magomadov // The European Proceedings of Social & Behavioural Sciences EpSBS Conference: SCTCGM 2018 – Social and Cultural Transformations in the Context of Modern Globalism.* – 2019. – P. 497-504. (0.7 п.л., вклад автора – 0.4 п.л.)
3. *Ilyasov, R.H. Spline-analysis of Flow Correlation in Economic Systems / R.H. Ilyasov, V.S. Yakovenko // In: Bogoviz A.V. (eds) The Challenge of Sustainability in Agricultural Systems. Lecture Notes in Networks and Systems, Springer, Cham.* – 2021. - vol. 206. – P. 599–607. https://doi.org/10.1007/978-3-030-72110-7_66 (0.9 п.л., вклад автора – 0.6 п.л.)
4. *Ilyasov, R. Kh. Residential loan debt dynamics: Phase analysis of cyclicity // AIP Conference Proceedings.* – 2021. <https://doi.org/10.1063/5.0075699> (0.7 п.л.)
5. *Ilyasov, R. Kh. Flow Correlations Within Time Intervals Of Variable Length: Spline Analysis // The European Proceedings of Social and Behavioural Sciences EpSBS Conference: SCTCMG 2021 – Social and Cultural Transformations in the Context of Modern Globalism.* – 2021. – P. 2087-2093. <https://doi.org/10.15405/epsbs.2021.11.275> (0.7 п.л.)
6. *Ilyasov, R.K. Flows in the Digital Economy: New Approaches to Modeling, Analysis and Management // In: Trifonov P.V., Charaeva M.V. (eds) Strategies and Trends in Organizational and Project Management. DITEM 2021. Lecture Notes in Networks and Systems, Springer, Cham.* – 2022. – vol 380. – P. 456-463. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94245-8_62 (0.8 п.л.)

Монографии

7. Новая эконометрика / И. Г. Винтизенко, Р. Х. Ильясов. – Ставрополь : Агрус, 2018. – 478 с. (27.9 п.л., вклад автора – 11.7 п.л.)
8. Ильясов, Р.Х. Конъюнктуры газового рынка в фазовом пространстве. – Ставрополь: Издательство «АГРУС», 2014. – 144 с. (8.4 п.л.)

Научные статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России

9. Ильясов, Р.Х. Тенденции стоимости потоков экспорта: сплайн-анализ // Экономический анализ: теория и практика. – 2022. – Т. 21, № 3. – С. 573 – 587. <https://doi.org/10.24891/ea.21.3.573> (1.4 п.л.)
10. Ильясов, Р.Х. «Латентные» корреляции потоков в экономике: сплайн-анализ // Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. – 2021. – № 1 (127). – С. 35-41 (0.6 п.л.)
11. Ильясов, Р.Х. Сплайн-анализ корреляции потоков // Экономический анализ: теория и практика. – 2020. – № 1(496). – С. 173–187 (1.2 п.л.)
12. Ильясов, Р.Х. О многоаспектной роли производных в анализе и моделировании экономических потоков // Современные научно-ёмкие технологии. Региональное приложение. – 2019. – № 4 (60). – С. 36-42 (0.6 п.л.)
13. Ильясов, Р.Х. Сплайн-моделирование и анализ взаимосвязей в экономике при возможном наличии точек переключения регрессии // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. – 2018. – Т. 11. – № 4. – С. 165-175. DOI: 10.18721/JE.11412 (0.9 п.л.)
14. Il'yasov, R.Kh. Forecasting the situation in the financial market and evaluating its impact on the industry development / R.Kh. Il'yasov, D.A. Kurazova // Дайджест-финансы. – 2018. – Т. 23. – № 1 (245). – С. 68-80. (1.1 п.л., вклад автора – 0.6 п.л.)
15. Федотова, Г.В. Оценка индикаторов прогноза социально-экономического развития России на 2018-2020 гг. / Г.В. Федотова, Р.Х. Ильясов, Б.И. Церенова // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2018. – Т. 11. – № 4 (346). – С. 368-386. (1.3 п.л., вклад автора – 0.5 п.л.)
16. Ильясов, Р.Х. Анализ корреляций в колебаниях скорости экономического развития / Р.Х. Ильясов, С.В. Крюков // Современные научно-ёмкие технологии. Региональное приложение. – 2017. – № 4. – С. 68-78. (0.9 п.л., вклад автора – 0.5 п.л.)
17. Ильясов, Р.Х., Прогнозирование конъюнктуры финансового рынка и оценка его влияния на развитие промышленности / Р.Х. Ильясов, Д.А. Куразова // Финансы и кредит. – 2017. – Т. 23. – № 43. – С. 2575-2591. <https://doi.org/10.24891/fc.23.43.2575> (1.4 п.л., вклад автора – 0.7 п.л.)
18. Ильясов, Р.Х. Фазовый анализ цикличности в динамике экспортных цен на нефть // Гуманитарные и социально-экономические науки. – 2017. – № 1 (92). – С. 131-136. (0.6 п.л.)
19. Ильясов, Р.Х. Темпоральные особенности взаимосвязей в экономике // Конкурентоспособность в глобальном мире: экономика, наука, технологии. – 2017. – № 12. – Ч. 7. – С. 832-837. (0.5 п.л.)
20. Ильясов, Р.Х. Анализ динамики индикаторов российского фондового рынка / Ильясов Р.Х., Куразова Д.А. // Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. – 2016. – № 4 (100). – С. 64-69. (0.5 п.л., вклад автора – 0.4 п.л.)
21. Ильясов, Р.Х. Сезонность в динамике производства природного и попутного газа в России: сплайн-анализ // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2014. – № 102. – С. 519-529. (0.8 п.л.)

22. Ильясов, Р.Х. Фазовый анализ цикличности доли природного газа в структуре экспорта Российской Федерации / Р.Х. Ильясов, Ф.Б. Боташева // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2013. – № 88. – С. 816-825. (0.8 п.л., вклад автора – 0.7 п.л.)
23. Ильясов, Р.Х. Сплайн-анализ «тонкой» структуры взаимозависимости экспортных цен на природный газ и нефть // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. – 2008. – № 6(68). – С. 348-352. (0.5 п.л.)
24. Ильясов, Р.Х. Фазовый сплайн-анализ как метод выявления цикличности в экономике // Современные научно-ёмкие технологии. Региональное приложение. – 2009. – №1. – С. 32-36. (0.5 п.л.)

Научные статьи в других изданиях

25. Ильясов, Р.Х. Сплайн-моделирование и анализ скорости потоков экспорта // Индустрия 5.0, цифровая экономика и интеллектуальные экосистемы (ЭКОПРОМ-2021) : Сборник трудов IV Всероссийской (Национальной) научно-практической конференции и XIX сетевой конференции с международным участием, Санкт-Петербург, 18–20 ноября 2021 года. – Санкт-Петербург: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. – С. 658-663. – DOI 10.18720/IEP/2021.3/190. (0.6 п.л.)
26. Ильясов, Р.Х. Потоки в цифровой экономике: моделирование и анализ малых колебаний // Теория и практика экономики и предпринимательства : труды XVIII Всероссийской с международным участием научно-практической конференции, Симферополь-Гурзуф, 27–29 апреля 2021 года. – Симферополь: Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, 2021. – С. 37-40. (0.5 п.л.)
27. Ильясов, Р.Х. Потоки в цифровой экономике: новые подходы к моделированию и анализу / Р.Х. Ильясов, Т.Р. Ильясов // Цифровая экономика, умные инновации и технологии : Сборник трудов Национальной (Всероссийской) научно-практической конференции с зарубежным участием, Санкт-Петербург, 18–20 апреля 2021 года. – Санкт-Петербург: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. – С. 77-80. – DOI 10.18720/IEP/2021.1/20. (0.4 п.л., вклад автора – 0.3 п.л.)
28. Ильясов, Р.Х. Нерегулярные потоки в цифровой экономике: интерполяция сплайнами / Р.Х. Ильясов, Э. Садыгов // Социально-экономические и финансовые аспекты развития Российской Федерации и её регионов в современных условиях : Материалы II всероссийской научно-практической конференции, Грозный, 19 мая 2021 года. – Грозный: Чеченский государственный университет, 2021. – С. 104-111. – DOI 10.36684/47-2021-1-104-111. (0.8 п.л., вклад автора – 0.6 п.л.)
29. Ильясов, Р.Х. Потоки в цифровой экономике: аналитическое моделирование сплайнами // Актуальные вопросы современной науки: теория, технология, методология и практика : Материалы Международной научно-практической онлайн-конференции, приуроченной к 60-ти летию член-корреспондента Академии наук ЧР, доктора технических наук, профессора Сайд-Альви Юсуповича Муртазаева, Грозный, 28 апреля 2021 года. – Грозный: Грозненский государственный нефтяной технический университет имени академика М.Д. Миллионщикова, 2021. – С. 241-247. (0.7 п.л.)
30. Ильясов, Р.Х. Анализ корреляции между курсом доллара и экспортными ценами на нефть / Р.Х. Ильясов, А.И. Цамалигова, М.А. Джамуханов // Социально-экономические и финансовые аспекты развития Российской Федерации и её регионов в современных условиях : материалы I всероссийской научно-практической конференции, Грозный, 23 апреля 2020 года. – Грозный: Чеченский государственный университет, 2020. – С. 242-247. (0.6 п.л., вклад автора – 0.4 п.л.)
31. Ильясов, Р.Х. Об эффективности сплайн-аппроксимации при поиске локальных корреляций / Р.Х. Ильясов, Л.К. Хайпаева, А.И. Цамалигова // Миллионщиков-2020 : Материалы III Всероссийской научно-практической конференции студентов,

- аспирантов и молодых ученых с международным участием, посвященной 100-летию ФГБОУ ВО «ГГНТУ им. акад. М.Д. Миллионщикова», Грозный, 20–22 сентября 2020 года. – Грозный: ООО "Спектр", 2020. – С. 64-72. (0.9 п.л., вклад автора – 0.6 п.л.)
32. Ильясов, Р.Х. Анализ тенденций курса валюты с использованием корреляционной функции / Р. Х. Ильясов, Т. Р. Ильясов, Л. К. Хайпаева, А. М. Юсупов // Вектор экономики. – 2020. – № 7(49). – С. 11-20. (1.0 п.л., вклад автора – 0.7 п.л.)
33. Ильясов, Р.Х. Экономические потоки в «новой эконометрике»: некоторые особенности анализа взаимосвязей // Статистика - язык цифровой цивилизации : Сборник докладов II Открытого российского статистического конгресса, Ростов-на-Дону, 04–06 декабря 2018 года. – Ростов-на-Дону: АзовПринт, 2018. – С. 127-135. (0.9 п.л.)
34. Ильясов, Р.Х. Рынок ценных бумаг России и его исследование методом фундаментального анализа / Р. Х. Ильясов, Д. А. Куразова // Молодежь и XXI век - 2019 : материалы IX Международной молодежной научной конференции, Курск, 22 февраля 2019 года. – Курск: Закрытое акционерное общество "Университетская книга", 2019. – С. 200-204. (0.7 п.л., вклад автора – 0.5 п.л.)
35. Ильясов, Р.Х. Анализ динамической конкуренции на примере стран-производителей нефти // Вестник Чеченского государственного университета. – 2019. – Т. 34. – № 2. – С. 65-69. (0.5 п.л.)
36. Ильясов, Р.Х. Сплайн-моделирование и анализ взаимосвязей между процессами с переменной структурой // Многополярная глобализация и Россия: материалы VII Международной научно-практической конференции (Ростов-на-Дону, 24–26 мая 2018 г.) : в 2 томах / под ред. М. А. Боровской, И. К. Шевченко, Ю. М. Осипова, Е. В. Михалкиной [и др.]. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Южный федеральный университет, 2018. – Том 2. – С. 334-341. (0.8 п.л.)
37. Ильясов, Р.Х. Особенности моделирования экономических потоков сплайнами // Развитие региональной экономики в условиях цифровизации : Сборник материалов Международной научно-практической конференции, посвященной 80-летию ФГБОУ ВО «Чеченский государственный университет», Грозный, 24–25 сентября 2018 года / Ответственные редакторы: Цакаев А.Х., Саидов З.А., Арсаханова З.А.. – Грозный: Чеченский государственный университет, 2018. – С. 171-181. (1.0 п.л.)
38. Ильясов, Р.Х. Сплайн-моделирование и анализ экономических тенденций в maple // Вестник Чеченского государственного университета. – 2018. – № 2(30). – С. 53-57. (0.5 п.л.)
39. Ильясов, Р.Х. Сплайн-анализ темпоральных особенностей взаимосвязи экспортных цен на нефть и среднедушевых доходов населения России / Р. Х. Ильясов, Т. Н. Кондратьева // Материалы конференции профессорско-преподавательского состава, посвященной 80-летию Чеченского государственного университета, Грозный, 30 марта 2018 года. – Грозный: Чеченский государственный университет, 2018. – С. 225-231. (0.8 п.л., вклад автора – 0.5 п.л.)
40. Ильясов, Р.Х. Опыт развития малого и среднего предпринимательства в Эстонии. О чём говорят тренды? // Вестник Чеченского государственного университета им. А.А. Кадырова. – 2018. – № 4(32). – С. 44-51. (0.8 п.л.)
41. Ильясов, Р. Х. Анализ неравномерности в развитии региональных рынков труда // Вестник Чеченского государственного университета им. А.А. Кадырова. – 2017. – № 1(25). – С. 131-134. (0.8 п.л.)
42. Винтизенко, И.Г. Новая эконометрика. Парадигма / И. Г. Винтизенко, Р. Х. Ильясов // Проблемы и перспективы экономического развития регионов : сборник статей Всероссийской научно-практической конференции, посвящённая 45-летию образования Института экономики и финансов, Грозный, 27 апреля 2017 года. –

Грозный: Чеченский государственный университет, 2017. – С. 126-130. (0.6 п.л., вклад автора – 0.4 п.л.)

43. Ильясов, Р.Х. Модели скорости в экономических исследованиях // Проблемы и перспективы экономического развития регионов : сборник статей Всероссийской научно-практической конференции, посвящённая 45-летию образования Института экономики и финансов, Грозный, 27 апреля 2017 года. – Грозный: Чеченский государственный университет, 2017. – С. 143-145. (0.9 п.л.)

44. Ilyasov, R. The uneven regional development: analysis of spatio-temporal models // Science and practice: a new level of integration in the modern world : 3rd International Conference, Sheffield, 05 марта 2017 года. – Sheffield: B&M Publishing, 2017. – P. 47-50. (0.4 п.л.)

45. Ильясов, Р.Х. Анализ корреляций в колебаниях скорости / Р. Х. Ильясов, Р. В. Идирзаева // Наука и молодёжь : Материалы Всероссийской научно-практической конференции студентов, молодых учёных и аспирантов, Грозный, 26 октября 2017 года. – Грозный: Чеченский государственный университет, 2017. – С. 204-207. (0.4 п.л., вклад автора – 0.3 п.л.)

46. Ильясов, Р.Х. Интеграция отечественного фондового рынка в мировую финансовую систему / Р. Х. Ильясов, Д. А. Куразова // Кластерные инициативы в формировании прогрессивной структуры национальной экономики : сборник научных трудов 2-й Международной научно-практической конференции: в 2-х томах, Курск, 17–18 марта 2016 года. – Курск: Закрытое акционерное общество "Университетская книга", 2016. – С. 121-124. (0.4 п.л., вклад автора – 0.3 п.л.)

47. Ilyasov, R. Analysis of the uneven development of the labour market for example, the North Caucasus Federal district / R. Ilyasov, Kh. Yusupova // Economy modernization: new challenges and innovative practice : 4th International Conference, Conference Proceedings, Sheffield, UK, 20 октября 2016 года / SCOPE ACADEMIC HOUSE ; Science editor R. Berton. – Sheffield, UK: B&M PUBLISHING, 2016. – P. 141-146. (0.6 п.л., вклад автора – 0.4 п.л.)

48. Ильясов, Р.Х. Сплайн-анализ взаимосвязи динамики экспортных цен на нефть и курса доллара по отношению к рублю // Вестник Чеченского государственного университета. – 2016. – № 4(24). – С. 106-110. (0.5 п.л.)

49. Ильясов, Р.Х. Основы регулирования деятельности на рынке ценных бумаг России / Р. Х. Ильясов, Д. А. Куразова // Управление. Бизнес. Власть. – 2016. – № 4(13). – С. 111-118. (0.7 п.л., вклад автора – 0.5 п.л.)

50. Ильясов, Р. Х. Взаимосвязь динамики объёмов экспорта природного газа в страны Дальнего зарубежья от экспортных цен на него: сплайн - анализ / Р. Х. Ильясов, Ю. Г. Лесных, С. С. М. Мержоев // Прорывные научные исследования как двигатель науки : Сборник статей Международной научно-практической конференции, Самара, 15 декабря 2015 года / Ответственный редактор: Сукиасян Асатур Альбертович. – Самара: Общество с ограниченной ответственностью "Аэтерна", 2015. – С. 79-82. (0.4 п.л., вклад автора – 0.3 п.л.)

51. Ильясов, Р.Х. Моделирование экономических зависимостей сплайнами // Математические и инструментальные методы экономики: теория и практика : Сборник материалов международного научного е-симпозиума, Москва, 29–30 сентября 2014 года / Под редакцией Н.Н. Карабутова. – Москва: Международный центр научно-исследовательских проектов, 2014. – С. 10-19. (0.9 п.л.)

52. Тавбулатов, А.А. Динамика доли России в мировой добыче первичных энергоресурсов: сплайн-анализ / А.А. Тавбулатов, Р.Х. Ильясов // Экономика и управление: анализ тенденций и перспектив развития : Сборник материалов XVII Международной научно-практической конференции, Новосибирск, 31 декабря 2014

года / Под общей редакцией С.С. Чернова. – Новосибирск: Общество с ограниченной ответственностью "Центр развития научного сотрудничества", 2014. – С. 9-14. (0.4 п.л., вклад автора – 0.3 п.л.)

53. Ильясов, Р.Х. Сплайн-анализ динамики доли природного газа в экспорте РФ // II Ежегодная итоговая конференция профессорско-преподавательского состава Чеченского государственного университета, Грозный, 16 февраля 2013 года. – Грозный: Чеченский государственный университет, 2013. – С. 251-254. (0.4 п.л.)
54. Ильясов, Р.Х. Использование производных в сплайн-анализе экономических взаимосвязей на примере экспортных цен на нефть и природный газ // Сборник статей I Ежегодной итоговой конференции профессорско-преподавательского состава Чеченского государственного университета. – Грозный: Издательство Чеченского государственного университета, 2012. – С. 23-26. (0.4 п.л.)
55. Ильясов, Р.Х. Сплайн-моделирование и хроноскопия экономических циклов на фазовой плоскости // Вестник Чеченского государственного университета. – 2009. – Выпуск 1. – С. 34-37. (0.4 п.л.)
56. Ильясов, Р.Х. Параметрическое представление взаимозависимости динамики цен производителей природного газа и объёмов его добычи с помощью сплайн-функций // Вестник Чеченского государственного университета им. А.А. Кадырова. – 2008. – № 2. – С. 15-19. (0.5 п.л.)
57. Ильясов, Р.Х. Сплайн-анализ динамики объёмов добычи и экспорта природного газа // Социально-экономическое развитие России в XXI веке: сб. ст. VII-ой Всероссийской научно-практической конференции. – 2008. – С. 33-40. (0.7 п.л.)
58. Ильясов, Р.Х. Сплайн-моделирование и сплайн-анализ взаимозависимости объёмов экспорта природного газа от экспортных цен на него // Краевые задачи и математическое моделирование: сб. ст. IX-ой Всероссийской научной конференции. – 2008. – С. 10-12. (0.3 п.л.)
59. Ильясов, Р.Х. Сплайн-технологии моделирования, анализа и прогнозирования динамики экономических процессов при наличии сезонности // Актуальные вопросы современной науки. – 2008. – № 3. – С. 380-391. (1.1 п.л.)
60. Ильясов, Р.Х. Сравнение полиномиальной и сплайновой аппроксимации при анализе «событийных составляющих» динамики экспортных цен на природный газ // Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы IV-ой Международной научно-практической конференции, в 2 ч.: ч. 2 / Решение прогнозных задач отдельных секторов экономики. – 2008. – С. 202-211. (1.0 п.л.)