

В четверг, 23 октября 2025 г., 16-00, каб. 323, ул. Вавилова, дом 40,
3-й этаж, состоится заседание семинара:

“Методы решения задач математической физики”

(рук.: акад. С.И.Безродных, акад. Ю.Г.Евтушенко,
В.И.Власов, С.Я.Степанов)

Д О К Л А Д

**Интегральные преобразования и специальные
функции, связанные с псевдоортогональными
группами**

И.А. Шилин

(НИУ Московский энергетический институт)

А Н Н О Т А Ц И Я

С помощью методов теории представлений групп получены новые формулы для некоторых интегральных преобразований и двусторонних рядов. Найдены новые (теоретико-групповые) доказательства некоторых известных формул и для некоторых из них выведены обобщения.

Рассматриваются три псевдоортогональные группы, для каждой из которых вводятся два представления. В пространстве первого представления для некоторых подгрупп (максимальной компактной, максимальной абелевой, максимальная нильпотентной) конструируются базисы, состоящие из общих собственных функций коммутирующих друг с другом операторов Казимира для соответствующей вложенной цепочки подгрупп. Формула связи между Q -образами базисных функций, где Q — линейный оператор, сплетающий указанные выше представления, зависит от нескольких параметров. Присваивая некоторым из них нулевые значения, получаем в точности некоторые известные формулы для преобразования Мейера и обратного преобразования Меллина (интегралы Барнса). При произвольных значениях параметров получаются обобщения этих формул.

Вычисление ядра одного из интегральных операторов, выражающих переход между базисами пространства представления, приводит к формуле для преобразования Бушмана–Эрдейи функции Лежандра первого рода, из которой выводится известная формула для индексного преобразования Мелера–Фока. Из картановского разложение элемента из максимальной нильпотентной подгруппы вытекает новое (теоретико-групповое) доказательство известной формулы

$$\int_0^{+\infty} [K_{\sigma+1/2}(t)]^2 \cos \theta t \, dt = -\frac{\pi^2}{4 \sin \pi \sigma} P_{\sigma} \left(\frac{2 + \theta^2}{2} \right) \quad (-1 < \Re(\sigma) < 0)$$

для косинус-преобразования квадрата функции Макдональда. Аналогичное разложение элемента из максимальной абелевой подгруппы приводит к новой формуле для обратного преобразования Меллина. Из разложений Ивасава тех же элементов получаются формулы для двусторонних рядов, содержащих произведения двух функций Уиттекера второго рода.